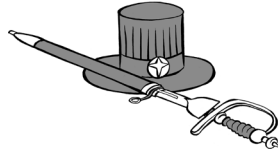


Eija Väisänen



Laskemisen sujuvuus osana matemaattisia taitoja

Eija Väisänen kasvatustieteen väitöskirja Laskemisen sujuvuus osana matemaattisia taitoja – Sujuvuuden seuranta ja matemaattisten taitojen tukeminen alakoulussa tarkastettiin Helsingin yliopiston kasvatustieteellisessä tiedekunnassa 12. joulukuuta 2017.

Vastaväittäjänä toimi professori Mikko Aro Jyväskylän yliopistosta ja kustoksena professori Pirjo Aunio Helsingin yliopistosta.

Asiasanat:

Alakoulu, interventiotutkimus, laskemisen sujuvuus, lukemisen sujuvuus, matematiikan oppimisvaikeudet, oppimisen tukeminen, seurantatutkimus

Laskutaito kuuluu arkielämän taitoihin. Jokaiselle on hyötyä siitä, että osaa ostoksia tehdessään laskea muutamia hintoja yhteen, noudattaa ruokaohjetta tai arvioida polttoaineenkulutusta. Peruskoulun opetussuunnitelmassa (Opetushallitus, 2014) matematiikan oppisisällöissä mainitaan laskemisen sujuvuus ja sen seuranta koko peruskoulun ajan. Samoin mainitaan oppilaan oikeus saada tukea alempien vuosiluokkien keskeisiin sisältöihin, mikäli niissä ilmenee tuen tarvetta.

Matemaattiset taidot koostuvat useista osataidoista. Yksi näistä on tämän tutkimuksen kannalta erityisen

merkityksellinen – aritmeettiset taidot. Aritmeettiset taidot eivät nekään ole yksi kokonaisuus. Ne koostuvat esimerkiksi numeromerkin, lukusanan ja lukumäärän tunnistamisesta, ymmärtämisestä ja vertailusta sekä laskutoimitusten välisten yhteyksien ymmärtämisestä, peruslaskutoimitusten allekkainlaskun eli algoritmien hallinnasta ja aritmeettisten faktojen osaamisesta ”ulkoa” (Dowker, 1998; 2015). Aritmeettisistä taidoista erityisesti faktojen hallinta ja algoritmien käytön osaaminen ovat tämän väitöskirjatutkimuksen aiheen – laskemisen sujuvuuden – kannalta oleellisia. Ne kuuluvat aritmeettisiin perustaitoihin.

Aiemmat tutkimukset osoittavat, että aritmeettiset taidot kehittyvät eri yksilöillä eriaikaisesti. Yksilön omakin kehitys eri taidoissa, esimerkiksi lukujen vertailussa ja laskutoimitusten osaamisessa, voi olla eri vaiheissa (Dowker, 1998; 2015). Käytännössä lapsi voi osata vertailla toisiinsa hyvin jopa kolminumeroisia lukuja, mutta laskutoimitusten hallinta on puutteellista pientenkin lukujen yhteenlaskussa. Voi myös olla, että yhteenlaskussa lapsi käyttää laskustrategioita huomattavasti taitavammin kuin vähennyslaskussa. Taitojen kehityksessä on eroa myös käsitteen

ymmärtämisen ja oikean vastauksen löytämisen välillä. Lapsi voi osata vastata oikein kysymykseen, paljonko on 5 kertaa 4, mutta hän ei osaa selittää, mistä kertolaskussa on kysymys.

Tutkittaessa lasten matemaattisia taitoja, erityisesti niiden heikkouksia, kohdataan tutkimusten tulosten vertailuissa ongelma. Mikä on heikon osaamisen raja? Usein heikon osaamisen rajana pidetään sitä, että tulos jää vähintään kahdella erimittauskerralla ikäluokan heikoimpaan neljännekseen (Geary, 2013; Mazzocco & Thompson, 2005; Vukovic & Siegel, 2010). Kaikkein heikoimmin suoriutuneilla katsotaan vaikeuksien olevan niin suuria, että kyseessä on erityinen matemaattinen oppimisvaikeus, dyskalkulia (ICD-10). Heitä on arvioitu olevan noin kolmesta kuuteen prosenttiin väestöstä (Geary, 2013; Price & Ansari, 2013). Lapsi, jonka osaaminen matemaattisissa taidoissa on heikkoa, on yleensä hidas laskija – joko kehittymättömien laskustrategioiden tai vähäisen ulkoa osattujen faktojen määrän takia (Geary, 2013; Vukovic & Siegel, 2010).

Eri tutkimuksissa on havaittu laskemisen sujuvuuden eli oikean vastauksen löytämisen vaivattomuuden ja nopeuden olevan yhteydessä lukemisen sujuvuuden kanssa (Chong & Siegel, 2008; Jordan, Kaplan & Hanich, 2002; Vukovic & Siegel, 2010). Sekä laskemisen että lukemisen sujuvuuden taustalla voi olla yhteisiä tekijöitä. Aiemmissa tutkimuksissa on havaittu, että erityisesti matemaattisesti kaikkein heikoimmilla lapsilla oli hitautta nimeämisenopeudessa eli kvyssä nimetä nopeasti tuttuja visuaalisia ärsykeitä kuten numeroita tai kirjaimia (Vukovic & Siegel, 2010; Shin & Bryant, 2015). Nimeämisenopeudella on myös havaittu yhteyttä laskemisen

sujuvuuden ja erityisesti heikkojen lasten laskemisen sujuvuuden kehityksen kanssa (Chong & Siegel, 2008).

Yleisesti ottaen kaikkein parhaiten lasten matemaattisen osaamisen tasoa voidaan tukea ja parantaa tehostamalla koko opetusryhmän opetusta. Usein tämä ei kuitenkaan tue riittävästi heikkoja osajia. Heidän kohdallaan erilaiset interventiot eli taitojen tueksi toteutetut suunnitelmalliset harjoitusjaksot ovat tarpeellisia. Harjoitusohjelmien sisältöinä ovat olleet esimerkiksi lukukäsite, eri laskutoimitusten strategioiden harjoittelu, faktojen oppiminen ulkoa ja sanallisten tehtävien ratkaisutaidon kehittäminen (mm. Bryant, Bryant, Gersten, Scammacca & Chavez, 2008; Fuchs, Compton, Fuchs, Paulsen, Bryant & Hamlett, 2005).

Parhaita tuloksia on saatu, kun interventio on toteutettu mahdollisimman varhain, joko ennen kouluikää tai heti koulun alkuvaiheessa (Bryant ym., 2008; Dyson, Jordan & Glutting, 2011). Myöhemminkin toteutettuina lasten matemaattisissa taidoissa on tapahtunut kehitystä, mutta oman ikäluokan taitotasoa ei yleensä ole kyetty saavuttamaan (Burns, Kanive & DeGrande, 2012). Eri ikäryhmissäkin lasten yksilöllinen hyötyminen harjoitusohjelmista on ollut erilaista. Joillakin positiivinen muutos on tapahtunut nopeasti, joillakin muutosta ei juurikaan ole ollut. Tästä syystä osaamisen ja siinä tapahtuvien muutosten seuranta on erittäin tärkeää. On tärkeää, että oikeat lapset saavat tarvitsemaansa tukea.

TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tämän väitöskirjatutkimuksen pääkysymyksiä oli kaksi. Ensimmäinen kysymys

ja tehtävä oli lasten laskemisen sujuvuuden kehityksen seuranta ja yhteyksien arviointi lukemisen sujuvuuden ja nimeämisnopeuden kanssa. Tätä sujuvuuden muutosta seurattiin sekä ryhmä- että yksilötasolla. Toisena pääkysymyksenä oli kahden alakouluikäisille suunnatun harjoitusohjelman kyky vaikuttaa lasten matemaattisiin taitoihin.

Väitöskirjatutkimuksessa oli neljä osatutkimusta. Niiden aineistot koottiin vuosien 2006 ja 2015 välillä. Ne toteutettiin osana koulussa suoritettua tuen tarpeen arviota ja tukea. Ympäristö kaikissa osatutkimuksissa oli tavallinen yleisopetuksen luokka. Kaikkiaan tutkimuksissa oli mukana 157 lasta. Lasten ikä vaihteli 7:stä 12 vuoteen. Tutkimukseen osallistuneilla lapsilla ei tutkimuksen alkaessa ollut erityisen tuen päätöstä, mutta kolmessa jälkimmäisessä – tuen kolmiportaisuuden vuoksi – osa on kuulunut tehostettuun tukeen.

Kahdessa osatutkimuksessa käytettiin pitkittäisaineistoa. Niissä laskemisen sujuvuutta seurattiin usean vuoden ajan. Sitä tarkasteltiin suhteessa sekä aiemman laskemisen sujuvuuteen että muihin tekijöihin. Kaksi osatutkimuksista oli interventiotutkimuksia. Niissä luokkatasoonsa nähden heikosti suoriutuvien lasten matemaattiseen osaamiseen pyrittiin vaikuttamaan kahdella eri harjoitusohjelmalla. Päähuomio väitöskirjan osatutkimuksissa oli heikoissa osaajissa.

INTERVENTIOTUTKIMUKSET

Ensimmäisessä osatutkimuksessa oman luokkatasonsa matemaattiseen osaamiseen nähden heikkojen lasten osaamista

pyrittiin tukemaan harjoitusohjelmalla, joka kesti koko lukuvuoden. Lapset olivat toisella, kolmannella ja neljännellä luokalla. Harjoitusohjelman sisältö oli pääosin sama eri luokka-asteiden ryhmillä. Sisältöjen painopiste oli kymmenjärjestelmän hallinnassa, yhteen- ja vähennyslaskun ratkaisemisessa sekä ulkoa muistettujen vastausten määrän lisäämisessä. Sisällöt pohjautuivat aiempiin interventiotutkimuksiin (mm. Bryant ym., 2008; Fuchs ym., 2005).

Toisessa osatutkimuksessa ensimmäisellä luokalla opiskelevista lapsista valittiin koulun alussa matemaattisilta taidoiltaan oppimisvaikeuden riskissä olevien ryhmä. Näistä lapsista muodostettiin tarkemman matemaattisten taitojen arvion perusteella harjoitus- ja vertailuryhmä. Tässä arviossa kahdella koululla heikoimmin suoriutuneet lapset muodostivat interventioon osallistuvan harjoitusryhmän, muut lapset vertailuryhmän. Harjoitusryhmän lapsia tuettiin koko kouluvuoden. Tuki toteutettiin kerran viikossa pienryhmäopetuksena. Sen sisällöt perustuivat Minäkin lasken! -harjoitusohjelmaan (Van Luit, Aunio & Räsänen, 2010), johon oli lisätty yhteen- ja vähennyslaskua tukevia osia. Lasten osaamista seurattiin toisen luokan syksyyn saakka.

SEURANTATUTKIMUKSET

Kolmannessa ja neljännessä osatutkimuksessa lasten laskemisen sujuvuutta seurattiin usean vuoden ajan, aina viidennelle luokalle saakka. Tähän seurantaan osallistui lapsia yhden koulun kahdelta eri luokalta. Seurantaan otettiin mukaan myös lukemisen sujuvuus. Seurannan kulussa havaittiin, että sujuvuutta olisi hyvä

tarkastella laajemmassa perspektiivissä, jolloin mukaan otettiin nimeämisnopeus. Myös vanhempien koulutustausta kysyttiin. Lasten laskemisen sujuvuuden yhteyttä lukemisen sujuvuuden, nimeämisnopeuden, sukupuolen ja vanhempien koulutuksen kanssa selvitettiin eri luokka-asteilla. Lisäksi myöhempää laskemisen sujuvuutta pyrittiin selittämään edellä mainituilla tekijöillä.

Neljännessä osatutkimuksessa seurattiin lasten laskemisen sujuvuuden muutosta toiselta viidennelle luokalle saakka. Tässä osatutkimuksessa lapset ryhmiteltiin laskemisen ja lukemisen perusteella eri sujuvuusryhmiin toisella luokalla arviotujen taitojen perusteella.

Tutkimuksissa käytetyistä harjoitusohjelmista erityisesti ensimmäisellä luokalla järjestetty interventio tuki hyvin lasten matemaattisia taitoja, erityisesti lukujonotaitoja. Myös toisella luokalla olevia lapsia kyettiin useissa tapauksissa tukemaan kohtalaisesti, mutta ylemmillä luokka-asteilla tuki ei vaikuttanut riittävältä. Näissäkin tapauksissa harjoitusohjelmista on hyötyä sikäli, että useat lapset edistyivät selvästi omaan aiempaan osaamiseensa verrattuna. Verrattuna oman ikäluokkansa keskitasoon heidän edistymisensä oli kuitenkin vähäisempää kuin nuoremmilla lapsilla. Mikäli lapsella oli laajempia oppimisvaikeuksia (esimerkiksi kielellisiä vaikeuksia), ei kouluvuoden kestoinen kertaviikkoinen interventio ollut riittävä tuki.

Seurantatutkimuksissa havaittiin, että lasten laskemisen sujuvuuden tuloksilla eri luokka-asteilla oli yhteyttä keskenään. Laskemisen sujuvuus oli siis suhteellisen pysyvää verrattuna samoilla luokilla opiskelevien muiden lasten sujuvuuteen.

Ero kuitenkin pieneni toiselta viidennelle luokalle. Siihen, ettei ryhmien välillä enää viidennellä luokalla ollut merkitsevää eroa, saattoi olla useampia syitä. Joko aiemmin sujuvuudeltaan heikot lapset kavensivat osaamiseroaan muihin tai he edistyivät erityisesti matemaattisen osaamisen muilla alueilla (Dowker, 1998). On myös mahdollista, että alkujaan hieman paremmin suoriutuneet lapset ovat edistyneet heitä hitaammin ja ovat jäämässä huolen alueelle. Ehkä alun perin matemaattisesti heikosti suoriutuneet ovat saaneet tukea niin, että sekin on auttanut heitä saavuttamaan alkujaan hieman vahvemmin suoriutuneita lapsia.

Laskemisen ja lukemisen sujuvuuden tuloksilla oli yhteyttä useimmilla mitauskerroilla. Ääneen lukemisen sujuvuus oli yhteydessä erityisesti päässä laskujen sujuvuuden kanssa. Äänetön sanantunnistus oli yhteydessä sekä päässä että algoritmien avulla laskettavien laskujen sujuvuuden kanssa. Osalla lapsista sujuvuuden pulmat vaikuttivat päällekkäisiltä, eli vaikeutta oli sekä laskemisen että lukemisen sujuvuudessa. Tällöin lapsi ei yleensä kyennyt saavuttamaan oman luokka-asteensa taitotasoa viidennelläkään luokalla. Mahdollisesti näillä lapsilla on taustalla jokin yleisempi sujuvuuteen liittyvä tekijä. Yksi mahdollinen tekijä on nimeämisnopeus. Yksilötasolla havaittiin, että molemmissa taidoissa sujuvuudeltaan heikoilla lapsilla nimeäminen oli melko hidasta. Koko ryhmän tasolla nimeämisnopeus oli voimakkaammin yhteydessä lukemisen kuin laskemisen sujuvuuden kanssa.

Aiempi laskemisen sujuvuus, erityisesti toisen luokan talvella arvioituna, selitti myöhempää laskemisen sujuvuutta.

Sen avulla kyettiin selittämään lähes kaksi kolmasosaa kolmannen luokan kevään laskusujuvuuden tuloksista. Se oli myös varsin hyvä selittäjä neljännen luokan keväänkin laskusujuvuuden tuloksille. Lukemisen sujuvuus tai nimeämisnopeus eivät olleet erityisen merkittäviä myöhemmän laskemisen sujuvuuden tulosten selittämisen kannalta.

TULOSTEN YHTEENVETO

Tämän väitöskirjatutkimuksen tulosten perusteella mahdollisimman varhaisella tuella pystytään antamaan matemaattisten taitojen tukea niille lapsille, joilla koulun alkuvaiheissa havaitaan taitopuutteita. Myöhemminä kouluvuosina tuki on tarpeellista mutta ei yleensä riitä luokasteen taitojen saavuttamiseen. Taustalla saattaa näissä tapauksissa olla vielä todentamattomia syvempiä oppimisvaikeuksia ja oppimiseen vaikuttavia tekijöitä.

Tämän väitöskirjatutkimuksen päätulokset voidaan tiivistää kolmeen kohtaan:

- Lasten laskemisen sujuvuutta ja sen kehitystä tulee seurata koulussa alusta saakka. Seurannan on jatkettava alkuopetuksen jälkeenkin. Mikäli sujuvuudessa ilmenee pulmia, olisi seurannan oltava kyllin laajaa. Tällöin mukana olisi oltava sekä laskemisen että lukemisen sujuvuus ja esimerkiksi nimeämisnopeus.
- Laskemisen sujuvuuden seurantaan tulisi laatia mittarit, joiden avulla kehittyvää taitoa voitaisiin seurata alkuopetuksen jälkeenkin kyllin luotettavasti.

- Lasten matemaattisia taitoja tulisi tukea varhaisilla harjoitusohjelmilla, koska niillä saadaan parhaiten tuettua heikkojen osaajien taitoja. Tämä tarkoittaa matemaattisten taitojen tukea jo varhaiskasvatuksessa ja koulun alkuvaiheessa sekä myöhemminkin heti tuen tarpeen ilmetessä.

Sujuvuus on taito, jota kannattaa seurata niin laskemisessa kuin lukemisessa. Koska molemmat ovat perustaitoja oman oppimisen ja tiedonhaun hallinnassa, myös niiden sujuvoitumista on seurattava riittävän pitkään. Joillakin lapsilla tuen tarve voi tulla esiin vasta myöhemminä kouluvuosina, kun taitoa pitäisi kyetä soveltamaan. On myös tarpeen seurata molempien taitojen sujuvuutta yhdessä, jotta erityisesti päällekkäisissä pulmissa voidaan tarvittaessa ohjata lapsi lisätutkimuksiin –esimerkiksi koulupsykologille. Lasten laskemisen sujuvuuden ja yleisemmin matemaattisen osaamisen seuranta on tärkeää. Se on tärkeää sekä tuen kohdentamisen että annetun tuen vaikuttavuuden kannalta.

KIRJOITTAJATIEDOT:

Eija Väisänen, KT, työskentelee erityisopettajana alakoulussa.

LÄHTEET

- Bryant, D. P., Bryant, B. R., Gersten, R., Scamacca, N. & Chavez, M. M. (2008). Mathematical intervention for first- and second-grade students with mathematical difficulties. The effects of Tier 2 intervention delivered as booster lessons. *Remedial and Special Education* 29(1), 20–32.
- Burns, M. K., Kanive, R. & DeGrande, M. (2012). Effects of a computer-delivered math fact intervention as a supplemental intervention for math in third and fourth grades. *Remedial and Special Education* 33(3), 184–191.

- Chong, S. L. & Siegel, L. S. (2008). Stability of computational deficits in math learning disability from second through fifth grades. *Developmental Neuropsychology* 33(3), 300–317.
- Dowker, A. (1998). Individual differences in normal arithmetical development. Teoksessa C. Donlan (toim.), *The Development of Mathematical Skills. Studies in developmental psychology* (s. 272–302). East Sussex: Psychology Press Ltd.
- Dowker, A. (2015). Individual differences in arithmetical abilities: The componential nature of arithmetic. Teoksessa R. C. Kadosh & A. Dowker (toim.), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*. DOI: 10.1093/oxfordhb/9780199642342.034.
- Dyson, N. I., Jordan, N. C. & Glutting, J. (2011). A number sense intervention for low-income kindergarteners at risk for mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities* 46(2), 166–181.
- Fuchs, L. S., Compton, D. L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J. D. & Hamlett, C. L. (2005). The prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty. *Journal of Educational Psychology* 97(3), 493–513.
- Geary, D. C. (2013). Early foundations for mathematics learning and their relations to learning disabilities. *Current Directions in Psychological Science* 22(1), 23–27.
- Jordan, N. C., Kaplan, D. & Hanich, L. B. (2002). Achievement growth in children with learning difficulties in mathematics: Findings of a two-year longitudinal study. *Journal of Educational Psychology* 94(3), 586–597.
- Mazzocco, M. M. M. & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten predictors of math learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice* 20(3), 142–155.
- Opetushallitus (2014). *Perusopetuksen opetus-suunnitelman perusteet 2014. Määräykset ja ohjeet 2014: 96*. Helsinki: Opetushallitus.
- Price, G. R. & Ansari, D. (2013). Dyscalculia: *Characteristics, causes, and treatments*. *Numeracy* 6(1), Article 2. DOI: 10.5038/1936-4660.6.1.2.
- Shin, M. & Bryant, D. P. (2015). A synthesis of mathematical and cognitive performances of students with mathematical learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities* 48(1), 96–112.
- Van Luit, J., Aunio, P. & Räsänen, P. (2010). *Minäkin lasken! – Lasten lukukäsitteen harjoitusohjelma*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Vukovic, R. K. & Siegel, L. S. (2010). Academic and cognitive characteristics of persistent mathematical difficulty from first through fourth grade. *Learning Disabilities Research & Practice* 25(1), 25–38.