

Pirjo Aunio

Matemaattiset taidot ennen koulun alkua

Ennen koulun alkua ja koulu-uran alussa kehittyvät taidot luovat perusteet matematiikan oppimiselle. Tässä tekstissä kuvataan matemaattisia perustaitoja ja niiden kehitystä sekä esitellään lyhyesti matematiikan oppimisvaikeuksien arviointia tässä iässä.

Avainsanat: Varhaiset matemaattiset taidot, esiopetus, matemaattiset oppimisvaikeudet

Lapsille kehittyi runsaasti matemaattisia taitoja jo ennen kouluikää sekä alkuopetuksen vuosina. Varhaisten taitojen on tutkimuksissa todettu olevan vahvassa yhteydessä siihen, kuinka hyvin matematiikkaa opitaan myöhemmin (esim. Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004; Desoete & Grégoire, 2006; Jordan, Kaplan, Locuniak & Ramineni, 2007). Huolestuttavaa on, että mikäli lapsella on 5–6-vuotiaana heikot matemaattiset taidot, on hänellä tutkimusten mukaan todennäköisesti vaikeuksia oppia koulumatematiikkaa (Aunola et al., 2004; Jordan, Kaplan & Hanich, 2002; Jordan, Hanich & Kaplan 2003a ja b). Samat tutkimukset ovat myös osoittaneet, että ero hyvin matematiikkaa osaavien ja heikosti matematiikkaa osaavien lasten välillä vain kasvaa luokka-asteelta toiselle siirryttäessä.

Tähän rinnalle voidaan ottaa myös ne tutkimukset, joissa tarkastellaan lapsen kouluosaamisen ja oppimisen motivaati-

on välisiä yhteyksiä. Oppimiseen liittyvät motivaatiotekijät alkavat vaikuttaa lasten tuloksiin jo koulun alkuvaiheessa. Motivaatiotekijöistä koulun alkuvaiheessa on tutkittu muun muassa lapsen tehtäväorientaatiota (lapsen omaa motivaatiota ratkaista tehtäviä) ja riippuvuutta sosiaalisesta palautteesta (tuen ja hyväksynnän hakemista luokkakavereilta sekä opettajalta). Lepola ja hänen kollegansa (2005) seurasivat lasten kehitystä 5-vuotiaasta aina toiselle luokalle asti ja havaitsivat, että mitä enemmän matematiikan ja lukemisen oppimisessa oli ongelmia, sitä heikommaksi kävi tehtäväorientaatio ja sosiaalinen riippuvuus lisääntyi. Tämän tutkimuksen mukaan lapsen tehtäväorientoituneisuus todennäköisesti vähenee, kun lapsi ei omien taitojensa avulla saa ratkaistua tehtäviä samassa tahdissa kuin luokkatoverinsa eikä opettajan palaute kannusta häntä riittävästi. Kun tehtävän vaatimukset kasvavat yli omien kykyjen, lapsi turvautuu avuttomuus-strategiaan (joka liittyy sosiaaliseen riippuvuuteen), joka ei luonnollisestikaan edistä oppimista. Onatsu-Arviolommin, Nurmen ja Aunolan (2002) mukaan ensiluokkalaisten lasten matematiikan taitoihin vaikuttaa sisukkuus: kaikki lapset eivät jaksa sisukkaasti ratkoa vaikealta tuntuvia tehtäviä.

Suomalaiset tilastot kertovat erityisopetuksen määrän lisääntyvän jatkuvasti

(Tilastokeskus 10.6.2008; www.stat.fi/til/erop/2007). Matematiikan oppimisvaikeudet ovat kasvava syy osa-aikaiseen erityisopetukseen; esimerkiksi vuodesta 2006 vuoteen 2007 matematiikan erityisopetuksen määrä (esikoulu, luokka-asteet 1–9 sekä lisäopetus) lisääntyi 6 prosenttia. Noin 18 prosentilla osa-aikaista erityisopetusta saavista alakoulun oppilaista opetuksen syynä olivat vaikeudet oppia matematiikkaa. Toisesta luokasta aina peruskoulun loppuun asti matematiikan oppimisvaikeudet ovat osa-aikaisen erityisopetuksen syynä noin 5 prosentilla koko oppilasmäärästä.

On siis selvää, että lasten matemaattisten taitojen kehitykseen on tärkeä kiinnittää huomiota jo ennen koulua, mutta viimeistään esi- ja alkuopetuksessa. Kun huomataan, että lapsen taidoissa on heikkouksia, hänelle on syytä tarjota mahdollisimman oikeaan osuvaan opetuksellista tukea.

Aluksi tässä tekstissä esitellään lyhyesti vanhemmille, opettajille sekä muille asiantuntijoille suunnattu verkkopalvelu, www.lukimat.fi. Se tarjoaa tukea, kun lapsella on lukemisen taikka matematiikan oppimisen vaikeuksia. Tämän jälkeen kerrotaan mallista, joka tiivistää esi- ja alkuopetusikäisten keskeiset taidot. Sen jälkeen kuvataan hieman taitojen kehityksen yhteyksiä tavanomaiseen tapaan kehittyvillä lapsilla sekä niillä lapsilla, joilla on oppimisessa pulmia. Kehityksellisistä yhteyksistä siirrytään taitojen arviointiin ja tukemiseen keskittyen lapsiin, joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia. Nämä tietokokonaisuudet löytyvä myös LukiMat-verkkopalvelusta.

LUKIMAT-PALVELUN MATEMATIIKKA-OSIO (WWW.LUKIMAT.FI)

LukiMat-verkkopalvelussa on kaksi osiota, Lukeminen ja Matematiikka. Palvelu on käyttäjälle ilmainen ja yhtä lähellä kuin internet-verkkoon kytketty tietokone. Palvelua ylläpitävät Niilo Mäki Instituutin tutkijat yhteistyössä Jyväskylän yliopiston tutkijoiden kanssa. Hankkeen rahoittaa opetusministeriö. Tässä tekstissä esitellään tarkemmin LukiMat-sivuston Matematiikka-osiota.

LukiMatin Matematiikka-osiolla on viisi perusosaa. Vanhemmalle-osassa on perustietoa matematiikan taitojen kehityksestä sekä matemaattisista oppimisvaikeuksista. Lisäksi sinne on koottu ideoita, miten matemaattisia taitoja voi harjoitella lasten kanssa kotona. Tietopalvelu-osassa on syventävää tietoa matematiikan taitojen kehityksestä sekä matemaattisista oppimisvaikeuksista. Siellä on myös tietoa taitojen arvioinnista ja myöhemmin myös taitojen harjaannuttamiseen liittyvistä asioista. Materiaalit-osasta voi ladata taitoja harjoittavia pelejä sekä käyttää Neure-oppimisympäristöä. Numerorata-peli sopii hyvin esikouluikäisille taitojen harjoitteluun ja Ekapeli-matikasta löytyy esikoululaisille ja ensimmäisen luokan syksyyn sopivia tehtäviä. Neureen tulee ensimmäisen ja toisen luokan oppilaille sopivia harjoitteita. Materiaalit-osasta löytyy myös tulostettavaa arviointi-, harjoitus- ja koulutusmateriaalia. Kirjoituksia-osa sisältää tutkijoiden ja muiden asiantuntijoiden kirjoituksia ajankohtaisista aiheista. Asiantuntijat-osassa esitellään palvelua kehittävä tiimin jäsenet ja heidän asiantuntijuusalueensa sekä tietoa muun muassa koulutusyksiköistä.

Koko palvelun yhteisiä osia ovat Keskustelut, Tiedotteet ja Sanasto. Keskuste-

lu-foorumeilla voivat käyttäjät keskustella LukiMat-aiheista. Keskustelu-foorumeita voivat lukea kaikki, mutta jos haluaa itse osallistua keskusteluun, täytyy palveluun rekisteröityä käyttäjäksi. Rekisteröityminen on ilmaista ja vie vain hetken. Tiedotteet-osasta löytyy tietoa LukiMat-palveluun liittyvistä asioista kuten uusista kirjoituksista ja koulutuksista. Sanastossa on verkkopalvelun sellaisten vierasperäisten sanojen määritelmiä, joita ei ole itse tekstissä määritelty.

NELJÄ KESKEISTÄ MATEMAATTISTA TAITORYVÄSTÄ ESI- JA ALKUOPETUSIKÄISTEN LASTEN KEHITYKSESSÄ

Tässä esiteltävät keskeiset matemaattiset taitorypät perustuvat kirjallisuusanalyysiin (Aunio & Räsänen, käsikirjoitus). Tutkimme ensin, millaisia matemaattisia taitoja on mitattu mittareilla, joiden kohteena on ollut esi- ja alkuopetusikäisten (5–8-vuotiaiden) lasten matemaattinen osaaminen. Tarkasteluun otimme sellaiset testit,

- joihin oli julkaistu normit (eli on olemassa tieto siitä, miten lapset suoriutuvat testistä keskimäärin)
- jotka olivat opettajien käytössä useissa eri maissa
- joissa mitattiin erityyppisiä matemaattisia taitoja
- joihin ei vaikuttanut se, millaista opetussuunnitelmaa koulussa noudatetaan.

Tarkasteltaviksi mittareiksi valikoituivat Lukukäsitetesti (van Luit et al., 1994), Number Knowledge Test (Griffin, 2003), Early Numeracy (Wright et al., 2006) ja TEMA-3 (Ginsburg et al., 2006). Näistä suomeksi on julkaistu vain Lukukäsitetesti (van Luit, van de Rijjt & Aunio, 2006).

Lisäksi analysoimme kymmenen viime vuoden aikana tehdyt seurantatutkimukset, joissa on tutkittu samanikäisten lasten matemaattisia taitoja. Otimme mukaan vain ne raportit, jotka on julkaistu kansainvälisissä vertaisarviointia noudattavissa lehdissä. Tällaisella analyysillä pyrimme löytämään sellaiset taidot, jotka ovat kehityksen keskiössä esi- ja alkuopetuksen aikana, sekä taidot, jotka ennustavat parhaiten myöhempää matemaattista menestystä ja samalla tietysti myös matemaattisia oppimisvaikeuksia.

Keskeiset matemaattiset taidot voidaan jakaa neljään päätaitoalueeseen, taitorypäsiin, jotka koostuvat useammista osataidoista (kuvio 1). Neljä taitoryvästä ovat laskemisen taidot, aritmeettiset perustaidot, lukumääräisyyden taju sekä matemaattisten suhteiden ymmärtäminen. Näistä ennen koulua kehityksen keskiössä ovat laskemisen taidot, matemaattisten suhteiden ymmärtämisestä matemaattisloogiset periaatteet, lukumääräisyyden taju ja aritmeettisten perustaitojen harjoittelun aloittaminen. Näitä kuvataan seuraavassa tarkemmin.

Laskemisen taidot

Tähän rypäeseen kuuluvat lukujonon luettelemisen taidot, lukumäärän laskemisen taito (jossa laskemisessa käytetään hyväksi lukujonon luettelemisen taitoa) sekä numerosymbolien hallinta. Yleensä lapsen kehitys etenee lukujonon luettelusta lukumäärän laskemiseen ja siitä edelleen yhteen- ja vähennyslaskutaitoihin. Tähän kehitykseen vaikuttaa merkittävästi se, kuinka paljon lapsi pääsee harjoittelemaan taitoja.

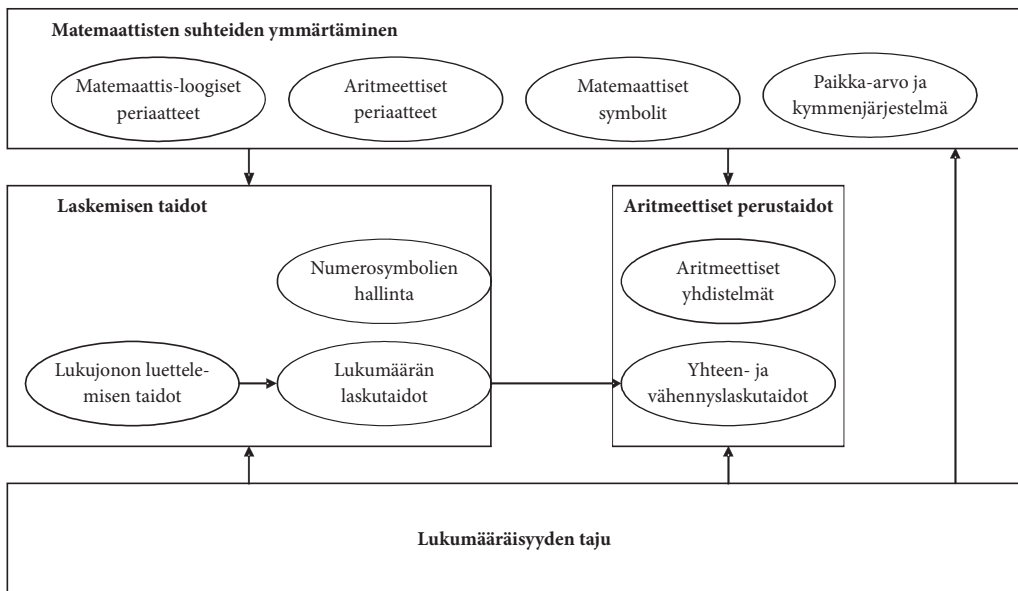
Lukujonon luettelemisen taidoilla tarkoitetaan lukujonon luettelemista eteen- ja taaksepäin, lukujonon luettelemista hyppäyksittäin (sanomalla esimerkiksi joka toinen, joka viides tai joka kym-

menes luku), lukujonon luettelemisen jatkamista annetusta luvusta (laskemista esimerkiksi luvusta kahdeksan eteenpäin), sanotun lukusanan kirjoittamista ja kirjoitetun numeron (eli numerosymbolin) tunnistamista.

Sujuvat lukujonon luettelemisen taidot ovat kehityksellisesti hyvin tärkeitä. Ensinnäkin niitä tarvitaan lukujonon luettelemiseen, kun lapsi laskee, kuinka monta esinettä jossakin kokonaisuudessa on. Lukusanojen luettelemisen taitoa tarvitaan myös, kun lapsi harjoittelee yhteen- ja vähennyslaskuja, sillä alussa ratkaisu pohjaa lukujonon luettelemiseen eteen- tai taaksepäin. Lukujonossa eteneminen hyppäyksittäin nopeuttaa lukumäärien laskemista ja perusaritmetiikan tehtävien ratkaisua. Lukujonon luettelemisen taito on äärimmäisen tärkeä muiden matemaattisten taitojen kehityksen ja oppimisen kannalta.

Lukumäärän laskeminen edellyttää monien eri osaprosessien onnistumista (esim. Butterworth, 2005; Gelman & Gallistel, 1978). Ensinnäkin lapsen täytyy osata luetella lukujono oikeassa järjestyksessä. Toiseksi hänen on kyettävä luomaan yksi yhteen -suhde sanotun sanan ja lasketavan esineen sekä osoittavan eleen välille. Kolmanneksi lapsen pitää oivaltaa, että viimeiseksi sanottu luku kertoo esineiden kokonaismäärän. Neljänneksi lapsen pitää tietää, että kaikenlaisia keskenään erilaisiakin esineitä ja asioita voi laskea. Lapsen tulee myös ymmärtää, että esineet voi laskea missä järjestyksessä tahansa, kunhan laskee jokaisen esineen vain kerran.

Numerosymbolien hallinta. Lapsen ensimmäisiä askelia formaalin matematiikan (ja koulumatematiikan) harjoittelussa on oppia yhdistämään lukusana sitä vastaavaan numerosymboliin. Tätä lasten kanssa



Kuvio 1. Neljä keskeistä matemaattista taitoryvästä

harjoitellaan esimerkiksi sanomalla heille jokin lukusana, jolloin lapsen tehtävänä on kirjoittaa tai tunnistaa korteista sitä vastaava numerosymboli. Toisaalta lapselle voi myös näyttää esimerkiksi korteilla jonkin numerosymbolin ja lapsen tehtävä on sanoa sitä vastaava lukusana. Toinen tärkeä taito on kyetä ilmaisemaan lukumääriä numerosymboleilla. Tätä taitoa lapsi harjoittelee, kun häntä pyydetään näyttämään se numero(symboli), joka on yhtä suuri kuin näytettyjen esineiden lukumäärä, tai kun lapselle näytetään numero ja hänen pitää antaa yhtä monta esinettä.

Lukujonotaidoista laskemisen taitoihin. Karkeasti ajateltuna lukujonotaidot kehittyvät niin, että niitä voidaan käyttää apuna lukumäärien laskemisessa ja sen jälkeen yhteen- ja vähennyslaskuja ratkaistaessa (Fuson, 1988; van de Rijt, 1996). Siitä, kun lukujonon luetteleminen kehittyi lukumäärän laskemiseksi, voidaan erottaa kuusi eri vaihetta. Ne ovat primaarinen ymmärrys lukumäärästä, lorumainen laskeminen, eriaikainen laskeminen, järjestämällä laskeminen, tuloksen laskeminen ja lyhentynyt laskeminen. Primaarinen ymmärrys lukumäärästä ilmenee noin kahden vuoden iässä, jolloin lapset ymmärtävät, että eri lukusanoilla viitataan eri lukumääriin. Tällöin vain hyvin karkeat lukumäärien erot ovat lapsille selkeitä. Lorumaisen laskemisen vaiheessa, noin kolmen vuoden iässä, lapsi osaa sanoa lukusanoja, mutta lukujonoa ei sanota oikeassa järjestyksessä eikä sitä aloiteta välttämättä ykkösestä. Eriaikaisen laskemisen vaiheessa, noin neljän vuoden iässä, lapsi osaa sanoa lukusanat oikeassa järjestyksessä ja osoittelee laskettavia esineitä, mutta sanat ja osoittaminen eivät aina ole samanaikaisia. Noin 4½-vuotiaana järjestämällä laskemisen vaiheessa lapsi sanoo lukusanat oikein ja tekee samaan aikaan osoittavan eleen (osoittaa tai siirtää esinettä sormella) mer-

kitäkseen sen esineen, jota luku koskee. Tuloksen laskemisen vaiheessa, noin viiden vuoden iässä, lapset luettelevat lukusanat oikeassa järjestyksessä alkaen ykkösestä. He ymmärtävät myös, että jokainen laskettava esine on merkittävä lasketuksi vain kerran ja että viimeisenä sanottu lukusana kertoo, kuinka monta yksikköä on yhteensä. Tämän lisäksi lapsi tietää, että lukujonossa olevat sanat on järjestetty suuruusjärjestykseen, jolloin suurempi luku viittaa suurempaan lukumäärään. Lyhentyneen laskemisen vaiheessa, noin 5½-vuotiaana, lapset tunnistavat esimerkiksi viitoskuvion lukumäärän (esim. nopan silmäluvut ilman että laskevat jokaista pistettä) ja kykenevät jatkamaan laskemista siitä eteenpäin.

Aritmeettiset perustaidot

Esikouluikäinen lapsi aloittelee jo yhteen- ja vähennyslaskujen ratkaisemista. Ratkaisutaidot kehittyvät paljon esi- ja alkuopetusvuosien aikana. Lapsi aloittaa harjoittelun pienillä luvuilla, tukenaan esineet – loppuseltaan laskut sujuvat isoillakin lukualueilla ja ilman muistitukia. Kun taidot kehittyvät ja kokemus lisääntyy, lapsen ei enää tarvitse laskea yksinkertaisia ja usein toistuvia yhdistelmiä, vaan hän voi palauttaa vastauksen mieleensä suoraan muistista (aritmeettisten yhdistelmien muistaminen).

Aritmeettisten taitojen kehitystä kuvataan usein strategioiden avulla (esim. Baroody, 1984; Fennema, Carpenter, Jacobs, Franke & Levi, 1998; Fuson, 1984; Geary, Bow-Thomas, Liu & Siegler, 1996). Kehityksen ensi vaiheessa lapsi esittää yhteen- tai vähennyslaskun vain esineillä. Jos lapsi laskee esimerkiksi yhteenlaskua $3 + 1$, hän lisää kolmen esineen kasaan vielä yhden esineen. Seuraava kehitysvaihe on huomattavasti helpommin kuultavissa ja nähtävissä lapsen toiminnasta, sillä tässä vaiheessa lapset käyttävät laskemiseen pe-

rustuvia strategioita. Aluksi he luettelevat lukujonoja ja osoittavat samalla laskettavia konkreettisia esineitä, ja myöhemmin he laskevat (lukujono + lukumäärän määrittäminen) ilman esineitä. Kun kokemusta yhteen- ja vähennyslaskuista karttuu, voi lapsi kertoa laskun vastauksen suoraan muististaan. Tällöin puhutaan aritmeettisten yhdistelmien tai faktojen muistamisesta: usein toistuvat ja yksinkertaiset yhdistelmät tallentuvat toiston ansiosta pitkäkestoiseen muistiin. Lapsen ei enää tarvitse laskea, kuinka paljon on $1 + 1$, vaan hän heti tehtävän nähdessään palauttaa muististaan vastauksen 2. Hyvin kehittynyt strategioiden vaihe on myös se, kun lapsi alkaa käyttää itse keksimiään tai opettuja matemaattisia yhtälöitä tehtävien ratkaisemisessa.

Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen

Nuorimpien lasten kehityksessä keskeisiä matemaattisten suhteiden käsitteisiä ovat matemaattis-loogiset periaatteet eli sarjoittaminen, vertailu, luokittelu ja yksi yhteen -suhde. Sarjoittaminen liittyy tiukasti lukujonon ja sen ordinaali- (järjestysluku-) ja kardinaali- (perusluku-) piirteiden ymmärtämiseen. Kehityksen alussa sarjoittamisen tehtävissä lapsia voidaan pyytää järjestämään esineet korkeus- tai suuruusjärjestykseen. Myöhemmin lapselta voidaan kysyä, mikä luku puuttuu sarjasta 4, 5, 6, _, 8, 9 tai sarjasta 6, 8, 10, _, 14, 16. Taito vertailla sisältyy monenlaiseen matemaattiseen ongelmanratkaisuun ja on tarpeen esimerkiksi silloin, kun lapsi tekee päätelmiä eroista lukumäärissä. Se on oleellinen myös luvun säilymisen ymmärtämisessä, kuten esimerkiksi tehtävissä, joissa palikkajonon pituutta muutetaan siirtämällä palikoita kauemmas toisistaan ja lapselta kysytään, muuttuuko palikoiden lukumäärä kun näin tehdään. Taito luoki-

tella on myös hyvin keskeinen matemaattisessa ongelmanratkaisussa. Luokittelua on esimerkiksi se, kun lapsi ennen ryhtymistä esineiden lukumäärän laskemiseen päättää, mitä esineitä pitää laskea: mitkä kuuluvat luokkaan laskettavat ja mitkä luokkaan ei-laskettavat. Yksi yhteen -suhde on ollut matemaattis-loogisista periaatteista tutkituin kymmenen viime vuoden aikana (esim. Graham, 1999; Muldoon, Lewis & Freeman, 2003; Muldoon, Lewis & Towse, 2005; Pepper & Hunting, 1999; Mix, 1999). Kuten lukumäärän laskemisen taidon yhteydessä todettiin, yksi yhteen -suhteen hallintaa tarvitaan, jotta laskeminen onnistuisi. Yksi yhteen -suhteen hallintaa tarvitaan myös silloin, kun jaetaan esineitä tai kun tehdään päätelmiä siitä, onko eri kokonaisuuksissa yhtä monta esinettä.

Lukumääräisyydentaju

Lukumääräisyydentajulla tarkoitetaan kykyä hahmottaa lukumääriä ilman kieleen perustuvaa laskemista. Sitä pidetään perustavanlaatuisena matemaattisena kykyinä, jonka päälle kielellinen (kulttuurinen) matemaattinen taito rakentuu. Kyseessä on siis kyky, jonka pohja meillä on jo syntymähetkellä. Se on laadultaan suhteellinen ja epätarkka aistikanavasta riippumaton kyky (Dehaene, Spelke, Pine, Stanescu & Tsvikin, 1999; Lemer, Dehaene, Spelke & Cohen, 2003). Mitä suurempi ero lukumäärien välillä on, sitä helpompaa ne on erottaa toisistaan; esimerkiksi alle 9-kuiset vauvat pystyvät hyvin erottamaan toisistaan 8:n ja 16:n esineen ryhmät vaikka ne olisivat samankokoisella alustallakin. Lukumääräisyyden taju kehittyy varhaislapsuuden aikana, minkä jälkeen kehitys hidastuu. Tämä kyky ei kuitenkaan koskaan kehity täysin tarkaksi. Ainoa keino tarkkaan määrän hahmottamiseen ja määrittämiseen on kieli ja laskeminen (Gordon, 2004; Pica, Lemer, Izard & Dehaene 2004).

MITEN TAIDOT KEHITTYVÄT? – PITKITTÄISTUTKIMUSTEN TULOKSIA

Pitkittäistutkimusten (seurantatutkimusten) avulla voidaan selvittää, miten erilaiset taidot kehittyvät ja mitkä asiat liittyvät niiden kehitykseen. Esi- ja alkuopetuskäisten matemaattisten taitojen kehitystä on pääasiassa tutkimuksissa seurattu tavallisesti kehittyvillä lapsilla ja sellaisilla lapsilla, joilla on oppimisen vaikeutta.

Pitkittäistutkimukset (esim. Aubrey, Dahl & Godfrey, 2006; Aunola ym., 2004; Desoete & Grégoire, 2006; Hannula, Räsänen & Lehtinen, 2007; Jordan ym., 2007) kertovat tavallisesti kehittyvien lasten taidoista seuraavaa. Ensinnäkin esiopetusikäisen lapsen lukujonotaidot ennustavat hyvin myöhempää yhteen- ja vähennyslaskun taitoa. Toiseksi spontaani lukumäärien havaitseminen ja lukumääräisyyden taju nuorilla lapsilla ennustavat myöhempää lukumäärän laskemisen taitoa. Kolmanneksi yleinen matematiikan osaaminen ennen kouluikää ennustaa hyvin myöhempää aritmetiikan osaamista koulussa.

Lapsilla, joilla on oppimisen vaikeuksia, on joitakin yhteisiä piirteitä matematiikan oppimisessa (esim. Fazio, 1994, 1996; 1999; Geary, Hoard & Hamson, 1999; Koponen ym., 2007; Jordan, Hanich & Kaplan, 2003b). Ensinnäkin lukumäärän laskemisen taito esikoulussa ennustaa hyvin myöhempää matematiikan osaamista. Toiseksi sellaisilla lapsilla, joilla on matematiikan ja lukemisen tai vain matematiikan oppimisvaikeuksia, on todennäköisesti esi- ja alkuopetuksen aikana vaikeuksia kaikkien taitorypäiden kehityksessä (matemaattisten suhteiden ymmärtäminen, aritmeettiset perustaidot, lukumääräisyyden taju). Erityisesti näiden lasten kehitys takkuu laskuprosessien ymmärtämisessä,

aritmeettisten faktojen muistamisessa ja aritmeettisten strategioiden käyttämisessä. Toisaalta laskutaidon kehityksestä on ristiriitaisia tuloksia. Osa tutkimuksista osoittaa, että oppimisvaikeuslapsilla ei ole hankaluuksia laskutaidoissa, ja toiset taas osoittavat, että esimerkiksi lukujonon hallinta on nuorilla dysfaattisilla lapsilla heikkoa. Lukujonon osaamisen tärkeys korostuu myös siinä, että tavallisilla lapsilla juuri lukujonotaitojen sanotaan olevan hyvä ennuste myöhemmästä matematiikan hallinnasta. On oletettavaa, että nämä ristiriitaisuudet selkeytyvät, kun tehdään tarkempaa tutkimusta matematiikan taitojen kehityksestä niin tavallisilla lapsilla kuin lapsilla, joilla on oppimisvaikeuksia.

MATEMAATTISTEN OPPIMISVAIKEUKSIEN ARVIOINTI

Matemaattisten oppimisvaikeuksien arviointi on hyvä nähdä prosessina, jossa tarvitaan tiivistä yhteistyötä päiväkodin tai koulun, vanhempien sekä muiden asiantuntijoiden välillä (ks. Paananen ym., 2003). Matematiikan oppimisvaikeuksien arviointi alkaa yleensä siitä, että kotona, päiväkodissa tai koulussa herää huoli lapsen osaamisesta ja oppimisen edistymisestä. Usein on kuitenkin vaikea tietää, eroaako lapsi ikätovereistaan taitojen kehityksessä merkittävästi. Karkeita suunta- viivoja esikouluikäisen lapsen osaamisen havainnointiin voidaan antaa suomalaisten tutkimusten perusteella (ks. LukiMat/ matematiikka/tietopalvelu/arviointi). Suomalainen esikoululainen yleensä hallitsee seuraavat tehtävät:

- lukusanojen luettelu eteenpäin ja taaksepäin lukualueella 1–20
- lukujen luettelu annetusta luvusta eteenpäin ja taaksepäin lukualueella 1–10

- numeron ja lukumäärän yhdistäminen lukualueella 0–10
- lukumäärän määrittäminen laske- malla lukualueella 0–20
- suuntiin ja järjestykseen liittyvät kä- sitteet, kuten eteen- ja taaksepäin, ennen ja jälkeen
- vertailukäsitteet, kuten enemmän, vähemmän, eniten, vähiten sekä yhtä monta

Lapsilla voi kuitenkin olla hyvin eri- laisia oppimiskokemuksia matematiikasta. Toisten lasten kotona tai päivähoitossa ma- tematiikkaan liittyviä taitoja on harjoiteltu paljon, toisilla ei välttämättä nimeksikään. Tämän vuoksi erityisesti esikouluikäisten lasten kohdalla on tärkeä pohtia paitsi sen- hetkisiä taitoja myös sitä, pystyykö lapsi oppimaan, kun taitoa harjoitellaan.

Tunnistamisvaihetta seuraa yleensä erityisopettajan yhteistyössä ryhmän las- tentarhanopettajan kanssa tekemä mate- matiikan taitojen tarkempi arviointi, jossa tavoitteena on mahdollisimman tarkasti selvittää lapsen vahvuudet ja heikkoudet matematiikan eri osatiedoissa. Toisinaan on hyvä kuulla psykologin arvio osaami- sesta, etenkin jos vaikeudet ovat laajoja tai jos niiden syistä herää kysymyksiä. Näistä jatkotutkimuksista on aina keskusteltava vanhempien kanssa, ja niihin on myös saa- tava heiltä suostumus.

Taitojen arvioinnin lisäksi kannat- taa kartoittaa tukitoimet eli selvittää, mit- kä tukemisen muodot ovat mahdollisia ja missä määrin niitä olisi hyvä käyttää. Esimerkiksi päiväkodissa voidaan pohtia, miten ryhmän lastentarhanopettaja voi tukea lapsen matemaattisten taitojen kehi- tystä, ja toisaalta sitä, millainen erityislas- tentarhanopettajan tai avustajan resurssi on käytössä. Päiväkodin ulkopuolisen tu- kiverkoston pohtiminen kannattaa myös, sillä on tärkeä miettiä, miten vanhemmat

ja muut perheen läheiset aikuiset pystyvät tukemaan lasta taitojen harjoittelussa.

TAITOJEN KEHITYKSEN TUKEMINEN

Kun lapsen matemaattisten taitojen on huomattu kehittyvän hitaasti, on pohditta- va, miten kehitystä voisi parhaiten tukea. Opetusministeriön asettaman työryhmän laatimassa erityisopetuksen strategiaeh- dotuksessa (Pirhonen, Pihkala & Koivula, 2007) otetaan käyttöön ajatukset varhaisesta puuttumisesta ja tehostetusta tuesta. Ne sisältävät juuri sellaisen perusidean, jonka pohjalle erityisopetusta on järjevä Suo- messa kehittää. Varhaisella puuttumisella tarkoitetaan raportissa ”tuen tarjoamista lapsen varhaisvuosina. Tukitoimet perus- tuvat kehitysriskien tuntemiseen, kehityk- sen tarkkaan havainnointiin ja arviointiin. Lisäksi varhaisella puuttumisella viita- taan tuen tarjoamiseen mahdollisimman nopeasti ongelmien ilmaannuttua missä vaiheessa lapsen tai nuoren koulupolkua tahansa. – – Tuen tarpeen varhainen ha- vaitseminen ja varhainen tuki ovat keskei- siä ehkäistäessä ongelmien syvenemistä ja pitkäaikaisvaikutuksia. – – Tehostettu tuki rakentuu esi- ja perusopetuksen yleisil- le tukikäytänteille.” (Pirhonen ym., 2007, s. 56). Kiteytettynä idea varhaisesta ja te- hostetusta tuesta tarkoittaa sitä, että lasta pyritään tukemaan kaikin järjevin keinoin hänen tavallisessa kasvu- ja oppimisym- päristössään, ja vasta jos nämä tukitoimet eivät riitä, kannattaa pohtia erityisopetus- päätöksen tekemistä. Käytännössä tästä seuraa, että vanhempia, opettajia ja muita kasvatusalan asiantuntijoita on pystyttävä tukemaan entistä paremmin, jotta varhai- nen ja tehostettu tuki oikeasti voisi toimia lapsen kehityksen hyväksi.

Varhainen ja tehostettu tuki ennen

koulua voisi siten merkitä esimerkiksi tuen antamista lapselle yksilöllisesti, pienryhmässä tai osana koko ryhmän toimintaa. Taitojen vahvistaminen pienryhmässä on luonteva ja paljon käytetty tapa päiväkodin arjessa. Pienryhmään voidaan lapsista ja heidän taidoistaan riippuen ottaa sekä matemaattisesti heikkoja lapsia sekä sellaisia, joilla oppimisessa ei ole pulmia. Toisaalta joskus voi olla hyvä, että ryhmässä on vain taidoiltaan heikkoja lapsia, jolloin voidaan keskittyä vain ja ainoastaan hankalien taitojen harjoittamiseen. Olkoon pienryhmän lapsikokoonpano mikä tahansa, oleellista on, että lapset pääsevät harjoittelemaan taitojaan mahdollisimman monipuolisesti ja riittävästi.

Matemaattisten taitojen harjoittamisesta päiväkodin pienryhmässä on Suomessa tehty muutama tutkimus. Mattinen (2006) toteaa, että päiväkotien henkilökunta voi vaikuttaa lasten matemaattisten taitojen kehittymiseen ohjaamalla kolmi- vuotiaita kiinnittämään huomiota ympäristössä esiintyvien pienten esinejoukkojen ja tapahtumien tarkkoihin lukumääriin ohjattujen leikkien ja erilaisten arkipäivän tilanteiden yhteydessä. Omassa tutkimuksessa (Aunio, Hautamäki & van Luit, 2005) havaitsimme, että sellaiset lapset, joilla on heikkoutta laskemisen taidoissa ja matemaattis-loogisten suhteiden ymmärtämisessä, hyötyivät pienryhmäharjoittelusta. Etenkin Yhdysvalloissa päiväkodin pienryhmässä tapahtuvaa matemaattisten taitojen harjoittelua on käytetty onnistuneesti sellaisten lasten kanssa, jotka tulevat alempien sosiaaliluokkien perheistä ja/tai ovat maahanmuuttajien lapsia (Fuson, Smith & LoCicero, 1997; Griffin, 2004; Sarama & Clements, 2004). Ramani ja Siegler (2008) raportoivat hyvin mielenkiintoisen tuloksen. Tutkijat pelasivat lineaarista lautapeliä (jossa peliruudut ovat yhdessä jonossa) päiväkodin pienryhmäs-

sä köyhistä perheistä tulevien 5-vuotiaiden lasten kanssa. Tulokset osoittivat, että jo noin yhden tunnin pelaaminen harjautti lasten lukumäärän vertailun ja laskeamisen taitoja sekä kykyä tunnistaa numerosymboleita.

Yksilöllistä taitojen harjoittamista käytetään Suomessa harvoin, kun on kyseessä alle kouluikäinen lapsi. Yksilöharjoittelu on hieman yleisempää vanhemmilla koululaisilla. Tällöin taitoja harjoitellaan yksilöllisesti yleensä erityisopettajan, psykologin tai neuropsykologin ohjauksessa.

Jos ajattelemme, että yksilöllisen kuntouttamisen – eli taitojen tehostetun harjoittelun – välineenä voisivat olla myös varta vasten kehitetyt tietokoneharjoitukset, on meillä Suomessa tapahtumassa uuden ajan aloitus. Uusia yksilölliseen matemaattisten taitojen harjoitteluun sopivia peliohjelmia ja yksi oppimisympäristö on nyt yleisön saatavilla LukiMat-palvelussa. Numerorata ja Ekapeli-Matikka sisältävät tehtäviä, jotka harjoittavat esikouluikäisen ja ensimmäisen luokan syksyä käyvän koululaisen taitoja. Palvelusta löytyy myös Neure-oppimisympäristö. Siihen kehitetään tehtäviä, jotka sopivat ensimmäisen ja toisen luokan oppilaiden perusaritmetiikan taitojen harjoitteluun. On kuitenkin hyvä muistaa, että tietokone ei koskaan korvaa opettajaa tai vanhempaa oppimisen tukena. Heidän apuaan ja kannustustaan tarvitaan yhä esimerkiksi pelaamisen aloittamisessa ja pelaamisen aikana, mikäli pulmatilanteita syntyy. Aikuisen merkitys on tärkeä myös siinä, kuinka paljon pelataan ja kuinka usein.

LOPUKSI

Lapsille kehittyy ennen koulun alkua huomattava määrä lukuihin ja lukumäärään sekä niillä operoimiseen liittyviä taitoja.

Nämä taidot luovat pohjan koulumatematiikan oppimiselle. Meillä on olemassa keinoja tunnistaa ne lapset, joille matematiikan oppiminen koulussa potentiaalisesti kehittyy pulmalliseksi. Meillä on myös keinoja tukea heikkoja lapsia ennen koulua ja alkuopetuksen aikana. LukiMat-palveluun on tarkoitus kirjoittaa suomalaisille vanhemmille, opettajille ja muille kasvatusalan ammattilaisille koko ajan päivittyvää tietoa aiheesta. LukiMat-palvelu onnistuu perustehtävässään vain, jos käyttäjät kokevat palvelun hyväksi. Tässäkin siis pätee se vanha totuus, että yhteistyöllä asiat sujuvat paremmin. Toivomme, että kerrotte meille toiveitanne ja tarpeitanne LukiMat-palvelun kehittämisestä.

Kiitokset

Tämä teksti perustuu osittain LukiMat-palvelun sisältöihin. Niitä ovat tämän tekstin kirjoittajan lisäksi olleet kirjoittamassa ja kehittämässä Niilo Mäki Instituutin tutkijat PsL Pekka Räsänen, PsT Tuire Koponen, KM Jonna Salminen ja KM Riikka Mononen.

Kirjoittajatiedot

Pirjo Aunio, KT, toimii tutkijana ja projektikoordinaattorina LukiMat-hankkeessa Niilo Mäki Instituutissa

LÄHTEET

- Aubrey, C. Dahl, S. & Godfrey, R. (2006). Early mathematics development and later achievement: Further evidence. *Mathematics Education Research Journal*, 18 (1) 27–46.
- Aunio, P., Hautamäki, J. & van Luit, J.E.H. (2005). Mathematical-thinking intervention programmes for preschool children with normal and low number sense. *European Journal of Special Needs Education*, 20, 131–146.
- Aunio, P. & Räsänen, P. (käsikirjoitus). The core skills of the mathematics development in children aged five to eight years.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96 (4) 699–713.
- Baroody, A. (1984). Children's difficulties in subtraction: some causes and questions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15 (3) 203–213.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46 (1) 3–18.
- Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R. & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: behavioral and brain-imaging evidence. *Science*, 284, 970–975.
- Desoete, A. & Grégoire, J. (2006). Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities. *Learning and Individual Differences*, 16, 351–367.
- Fazio, B.B. (1994). The counting abilities of children with specific language impairment: a comparison of oral and gestural tasks. *Journal of Speech and Hearing Research*, 37 (2) 358–368.
- Fazio, B.B. (1996). Mathematical abilities of children with specific language impairment: A 2 year follow-up. *Journal of Speech and Hearing Research*, 39 (4) 839–350.
- Fazio, B.B. (1999). Arithmetical calculation, short term memory and language performance in children with specific language impairment: A 5-year follow-up. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research*, 42, 420–431.
- Fennema, E., Carpenter, T.P., Jacobs, V.R., Franke, M.L. & Levi, L.W. (1998). A longitudinal study of gender differences in young children's mathematical thinking. *Educational Researcher*, 27 (5) 6–11.
- Fuson, K. (1984). More complexities in subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15 (3) 214–225.
- Fuson, K. (1988). Children's counting and concept of

- number. New York: Springer Verlag.
- Fuson, K.C, Smith, S.T, & Lo Cicero, A.M. (1997). Supporting Latino first graders' ten - structured thinking in urban classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28 (6) 738–760.
- Geary, D.C., Bow-Thomas, C.C., Liu, F. & Siegler, R.S. (1996). Development of arithmetical competencies in Chinese and American children: Influence of age, language and schooling. *Child Development*, 67, 2022–2044.
- Geary, D., Hoard, M. & Hamson, C. (1999). Numerical and arithmetical cognition: Patterns of functions and deficits in children at risk for a mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 213–239.
- Gelman, R. & Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, UK: Harvard University Press.
- Ginsburg, H.P. & Baroody, A.J. (2003). *The Test of Early Mathematics Ability – Third Edition*. Austin, TX: PRO-ED.
- Gordon, P. (2004). Numerical cognition without words: Evidence from Amazonia. *Science*, 306, 496–499.
- Graham, T. (1999). The role of gesture in children's learning to count. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 333–355.
- Griffin, S. (2003). The development of math competence in the preschool and early school years. *Teoksessa J.M. Royer (toim.), Mathematical cognition*, 1–32. Greenwich, CN: Information Age Publishing.
- Griffin, S. (2004) Building number sense with Number Worlds: a mathematics program for young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 173–180.
- Hannula, M.M., Räsänen P. & Lehtinen, E. (2007). Development of counting skills. Role of spontaneous focusing on numerosity and subitizing-based enumeration. *Mathematical Thinking and Learning*, 8 (1) 51–57.
- Jordan, N.C., Hanich, L.B. & Kaplan, D. (2003a). Arithmetic fact mastery in young children: a longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85, 103–119.
- Jordan, N.C., Hanich, L.B. & Kaplan, D. (2003b). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development*, 74 (3), 834–850.
- Jordan, N.C., Kaplan, D. & Hanich, L.B. (2002). Achievement growth in children with learning difficulties in mathematics: findings of a two-year longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, 94 (3), 586–597.
- Jordan, N.C., Kaplan, D., Locuniak M.N. & Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22 (1) 36–46.
- Koponen, T., Aro, T., Räsänen, P. & Ahonen, T. (2007). Language-based retrieval difficulties in arithmetic: A single case intervention study comparing two children with SLI. *Educational and Child Psychology*, 24 (2) 98–107.
- Lemer, C., Dehaene, S., Spelke, E. & Cohen, L. (2003). Approximate quantities and exact number words: Dissociable systems. *Neuropsychologia*, 41, 1942–1958.
- Lepola, J., Niemi, P., Kuikka, M. & Hannula, M.M. (2005). Cognitive-linguistic skills and motivation as longitudinal predictors of reading and arithmetic achievement: A follow-up study from kindergarten to grade 2. *International Journal of Educational Research*, 43, 250–271.
- Mattinen, A. (2006). *Huomio lukumääriin. Tutkimus 3-vuotiaiden lasten matemaattisten taitojen tukemisesta päiväkodissa*. Turun yliopiston julkaisuja, sarja C, 247. Turku.
- Mix, K. (1999). Preschoolers recognition of numerical equivalence: Sequential sets. *Journal of Experimental Child Psychology*,

- 74, 309–332.
- Muldoon, K., Lewis, C. & Freeman, N. (2003). Putting counting to work: preschoolers' understanding of cardinal extension. *International Journal of Educational Research*, 39, 695–718.
- Muldoon, K., Lewis, C. & Towse, J. (2005). Because it's there! Why some children count, rather than infer numerical relationships. *Cognitive Development*, 20, 472–491.
- Onatsu-Arviolommi, T., Nurmi J-E. & Aunola, K. (2002). The development of achievement strategies and academic skills during the first year of primary school. *Learning and Instruction*, 12, 509–527.
- Paananen, M., Aro, T, Kultti-Lavikainen, N. & Ahonen, T. (2005). Oppimisvaikeuksien arviointi – psykologien, opettajien ja vanhempien yhteistyötä. Kummi 4. Arviointi-, opetus- ja harjoitusohjelma. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Pepper, K. & Hunting, R. (1999). Preschoolers' counting and sharing. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29 (2) 164–183.
- Pica, P., Lemer, C., Izard, V. & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science*, 306, 499–503.
- Pirhonen, E.-R., Pihkala, J. & Koivula, P. (2007). Erityisopetuksenstrategia. Opetusministeriön työryhmämuistioita ja selvityksiä 2007: 47.
- Ramani, G. & Siegler, R. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development*, 79 (2) 375–394.
- Sarama, J. & Clements, D. H. (2004). Building blocks for early childhood mathematics. *Early Childhood Research Quarterly*, 19 (1) 181–189.
- Van de Rijt, B.A.M. (1996). Voorbereidende rekenvaardigheden bij kleuters [Varhaiset matemaattiset taidot]. Doctoral dissertation. Utrecht University. Doetinchem, The Netherlands: Graviant.
- Van Luit, J.E.H., van de Rijt, B.A.M. & Pennings, A.H. (1994). Utrechtse Gatalbegrip Toets, UGT [Lukukäsitetesti]. Doetinchem, The Netherlands: Graviant.
- Van Luit, J.E.H., van de Rijt, B.A.M. & Aunio, P. (2006). Lukukäsitetesti. Helsinki: Psykologien Kustannus Oy.
- Wright, R.J., Martland, J. & Stafford, A.K. (2006). Early Numeracy - Assessment for teaching and intervention. UK, London: Paul Chapman.