

Airi Hakkarainen
Minna Haring
Leena Holopainen
Kristiina Lappalainen
Minna Mäkihönko

Matemaattisen ajattelun mallintaminen ja laskustrategioiden opettaminen: yleisen tuen interventio ensimmäisen luokan oppilaille

Tämä interventiotutkimus oli osa harjoittelukoulujen tutkimus-, kokeilu- ja kehittämistoimintaa. Tutkimuksen tavoitteena oli selvittää, miten opettajien laskustrategioiden opettamiseen ja ajattelun mallintamiseen liittyvällä interventiolla voidaan vaikuttaa oppilaiden käyttämiin laskustrategioihin, matematiikan taitoihin sekä matemaattiseen minäkäsitykseen ja työskentelytaitoihin. Lisäksi tarkasteltiin opettajien kokemuksia ohjaustaitojensa kehittymisestä intervention aikana.

Tutkimukseen osallistui 26 ensimmäisen luokan oppilasta, kaksi luokanopettajaa ja yksi luokanopettajaopiskelija. Tulokset osoittivat, että LukiMat-testin ensimmäisen luokan syksyn ja talven seurantatesteillä arvioituna riskiryhmän ($n = 9$) ja verrokkiryhmän ($n = 17$) oppilaiden matematiikan taitojen erot säilyivät verrokkiryhmän oppilaiden eduksi loka-tammikuun välisenä aikana. Banuca-testin lyhytversiolla mitattuna riskiryhmän op-

pilaiden matematiikan taidoissa tapahtui tilastollisesti merkitsevä kohentuminen intervention (marras- ja joulukuun) aikana ja taitojen erot kaventuivat ryhmien välillä. Ryhmien väliset erot laskutaidoissa säilyivät kuitenkin tilastollisesti merkitsevinä joulukuussa tehdyssä loppumittauksessa.

Merkille pantavaa oli se, että riskiryhmän oppilaiden testitulosten keskiarvo nousi loppumittausajankohtaan mennessä testin riskirajan yläpuolelle. Interventio myös kohensi riskiryhmän oppilaiden minäkäsitystä ja työskentelytapoja. Opettajat kokivat opettajien välisen yhteistyön lisääntyneen. He kiinnittivät enemmän huomiota omiin ja oppilaiden laskustrategioihin sekä käyttivät ajattelun kielellistämistä ja mallintamista hyödykseen opettamisessa.

Asiasanat: matemaattinen ajattelu, mallintaminen, laskustrategiat, ensimmäinen luokka

MATEMATIIKAN TAILOT JA LASKUSTRATEGIAT ESI- JA ALKUOPETUKSESSA

Lasten matemaattiset valmiudet ja taidot kehittyvät jo pitkälle ennen koulun alkua. Lapset oppivat loogis-matemaattisia periaatteita, kuten vertailua ja luokittelua, lukujonotaitoja sekä laskemisen taitoja, jotka kehittyvät vaiheittain ja luovat perustan myöhemmälle matemaattisten taitojen kehittymiselle (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004; Hannula & Lepola, 2006; Kanerva & Kyttälä, 2013; Viljaranta, Lerkkanen, Poikkeus, Aunola & Nurmi, 2009). Esikoulussa ja koulun alkuvaiheessa matematiikan taidot voidaan ryhmitellä neljäksi kokonaisuudeksi: lukumääräisyyden taju (esim. lukumäärien hahmottaminen), laskemisen taidot (esim. lukujonon luetteleminen), aritmeettiset perustaidot (esim. yhteen- ja vähennyslaskutaidot) ja matemaattisten suhteiden ymmärtäminen (esim. kymmenjärjestelmän ymmärtäminen). Yleensä lapsen kehitys etenee lukujonon luettelusta lukumäärän laskemiseen ja siitä edelleen yhteen- ja vähennyslaskutaitoihin. Tähän kehitykseen vaikuttaa merkittävästi se, kuinka paljon lapsi pääsee harjoittelemaan kyseisiä taitoja. (LukiMat, 2012b.)

Yhteen- ja vähennyslaskutaidot ovat matematiikan kivijalka (esim. Koponen, 2012a). Nämä taidot kehittyvät jo esikouluvuotena, mutta niiden harjoittelu on etenkin ensimmäisen kouluvuoden painopiste. Tiedetään, että ne lapset, joilla on koulunaloitusvaiheessa hyvät matematiikan valmiudet ja taidot, kehittyvät taidoissaan alkuopetusvuosina hyvin, mutta ne lapset, jotka aloittavat koulun heikommilla taidoilla, kehittyvät matematiikan taidoissaan hitaammin (ns. Matteus-efekti). Erot hyvien ja heikkojen laskijoiden välillä eivät koulun aloitusvuosina näytä kaventuvan

vaan päinvastoin kasvavan ja muuttuvan pysyviksi (Aunola ym., 2004; Crosnoe ym., 2010; Lerkkanen, Rasku-Puttonen, Aunola & Nurmi, 2005).

Lasten käyttämät laskustrategiat näyttävät tutkimusten mukaan olevan yhteydessä aritmeettisten perustaitojen eli yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskutaitojen oppimiseen (esim. Baroody, 2004; Fuchs ym., 2010; LukiMat 2012a; Ostad, 1999; Siegler, 1988; Wylie, Jordan & Mulhern, 2012). Eri laskutoimitukset eroavat toisistaan siinä, miten paljon niiden opettelussa painottuvat aritmeettisten faktojen muistista haku tai erilaiset laskemisen strategiat (LukiMat 2012b). Laskustrategioita on eri tutkimuksissa luokiteltu hieman eri tavoin, tässä tutkimuksessa ne luokitellaan lukujen luetteluun pohjautuvaan laskemiseen ja aritmeettisten yhdistelmien muistamiseen liittyviin strategioihin.

Aikaisemman tutkimuksen mukaan lapset, joilla on matematiikan oppimisvaikeuksia tai jotka ovat matematiikan taidoiltaan heikkoja, tukeutuvat pidempään hitaisiin, lukujen luetteluun pohjautuviin strategioihin kuin taitavat laskijat (esim. Wylie ym., 2012). Ylipäätään heillä on käytössään vähemmän strategioita eivätkä he vaihtele niitä tilanteen mukaan, vaan käyttävät pääsääntöisesti vain yhtä (esim. Ostad, 1999). Lisäksi Ostadin (1999) tutkimuksessa tuli esille, että kouluvuosienkaan myötä oppilaat eivät siirtyneet käyttämään aritmeettisten yhdistelmien muistamiseen liittyviä strategioita. Tästä syystä etenkin alkuopetuksessa olisi tärkeää kiinnittää huomiota oppilaiden käyttämiin laskemisen strategioihin ja peruslaskutaidon sujuvuuteen (Koponen, 2012a).

Yksilön oppimiseen yleisestikin, mutta erityisesti matematiikan oppimiseen vaikuttavat hänen akateemisten kykyjensä lisäksi monet motivationaaliset ja

sosiaaliset tekijät sekä hänen tunteensa ja uskomuksensa omista kyvyistään (Aunola & Nurmi, 2004; Hannola & Kalakoski, 2008; Kikas, Peets, Palu & Afanasjev, 2009; Valentine, DuBois & Cooper, 2004). Taitoerojen lisäksi edellä mainitut motivaationaaliset tekijät, tunteet ja uskomukset voivatkin heikentää jo varhaisina kouluvuosina lapsen aloitteellisuutta ja itseohjautuvuutta ja vaikuttaa siten taitojen kehittymiseen (Lepola, Niemi, Kuikka & Hannula, 2005).

Motivaationaalisista tekijöistä etenkin lasten käyttämällä työskentelytavoilla ja matematiikan taidoilla on todettu olevan yhteyttä toisiinsa. Työskentelytavat näkyvät lapsen tavassa kohdata haasteita, ja matematiikkaahan pidetään usein vaikeana oppiaineena. Tästä syystä onkin ymmärrettävää, että matemaattisissa taidoissa hyvin kehittyvien lasten käyttämät työskentelytavat ovat pääsääntöisesti adaptiivisia ja hallintasuuntautuneita, mutta heikommin kehittyvät lapset käyttävät pääsääntöisesti tehtävää välttäviä, maladaptiivisia työskentelytapoja (esim. Kikas *ym.*, 2009).

Myös minäkäsitys on vahvasti yhteydessä akateemisten taitojen kehittymiseen ja kouluaineissa pärjäämiseen (esim. Marsh & Martin, 2011). Yhteys on suurempi Valentinen ja muiden (2004) tekemän meta-analyysin mukaan silloin, kun tarkastellaan tietyn minäkäsitysalueen (esim. matematiikan minäkäsitys) ja kyseisessä kouluaineessa menestymisen (esim. matematiikka) välistä korrelaatiota.

MATEMATIIKAN OPPIMISEN TUKEMINEN YLEISEN TUEN NÄKÖKULMASTA – KOLMIPORTAINEN TUKIMALLI

Kolmiportainen tukimalli (OPH, 2010) on kehitetty Response to intervention (RTI)

-mallien pohjalta (ks. Johnson, Mellard, Fuchs & McKnight, 2006), ja se muodostuu kolmesta tuen tasosta. Tässä tutkimuksessa lähtökohtana on mallin yleinen tuki, joka kuuluu kaikille oppilaille ja on tavoitteiltaan ennaltaehkäisevää. Yleinen tuki on kaikista kolmesta tuen tasosta (yleinen, tehostettu ja erityinen tuki) kaikkein laajin ja määrittelemättömin. Sen kohderyhmänä ovat kaikki sitä tarvitsevat oppilaat, eikä sen antamiseen vaadita virallisia asiakirjoja.

RTI-malleissa yleensä arvioidaan kaikki oppilaat esimerkiksi seulontatestillä ja sen jälkeen oppilaille, joilla oli seulontatestin mukaan riskitekijöitä, tarjotaan laadukasta opetusta sekä tehdään toistetusti yksittäisarviointeja (Fletcher, Lyon, Fuchs & Barnes 2009). Yleisen tuen päämääränä on, että yksittäiseen oppilaaseen ja hänen oppimistarpeisiinsa kohdistuvan huomion lisäksi kehitetään oppimisympäristöä, ryhmää ja opetustapaa. Yleisellä tuella tarkoitetaan tässä artikkelissa hyvää perusopetusta ja siellä käytettäviä opiskelun yleisiä tukimuotoja. Keskeisiä yleisen tuen menetelmiä ovat tutkimuksen mukaan eriyttäminen, joustavat ryhmittelyt sekä samanaikaisopetus ja yhteisopettajuus (Tomlinson & Imbeau, 2010).

Tässä tutkimuksessa kehitettiin erityisesti opettajien tietoisuutta matemaattisen ajattelun mallintamisesta ja sen käyttämisestä opetustilanteessa. Tästä näkökulmasta käsin pyrittiin lisäämään kahden opettajan yhteistoimintaa opetuksen suunnittelussa ja itse opetuksessa. Takalan ja Uusitalo-Malmivaaran (2012) tutkimuksen mukaan yhteisopettajuuden etuna oli opettajien mielestä alkuvaiheessa se, että he saivat tukea ammatilliseen kehittymiseen; myöhemmin se lisäsi heidän henkilökohtaista hyvinvointiaan. Opettajilla oli myös enemmän aikaa oppilailleen, ja opetuksen laatu oli parempaa. Yhteisopettajuutta voidaan käytännössä toteuttaa eri

tavoin. Yleisin malli on, että opettajat opettavat yhdessä yhtä oppilasryhmää, jolloin oppilasta kohden on enemmän opettajia. Yhteistyö opettajien välillä voi olla myös yhteissuunnittelua ja samojen sisältöjen opettamista luokissa ilman yhdessä opettamista. Suunnitteluajan puute on koettu yhdeksi suurimmista yhteisopettajuuden haasteista (Pugach & Winn, 2011).

MIKÄ VAIKUTTAA MATEMATIIKAN OPPIMISEEN?

Matematiikan oppimisen vaikeudet ja taidon puutteet johtuvat hyvin monista yksilöön ja oppimisympäristöön liittyvistä tekijöistä ja ilmenevät eri tavoin eri ikäkausina. Tämän vuoksi on kehitetty hyvin monensisältöisiä ja -pituisia interventioita. Kroesbergen ja van Luit (2003) tarkastelevat meta-analyysissään 58:aa erilaista perusopetusikäisille tarkoitettua interventiotutkimusta. Analyysissä arvioitiin, mitkä ovat interventioiden keskeisimmät sisällöt, miten interventiolla on saavutettu suurin vaikuttavuus ja mihin taitoon interventio on vaikuttanut eniten efektikoolla mitattuna. Meta-analyysin tulosten mukaan menetelmällisesti suurin vaikuttavuus oli tutkimuksilla, joissa intervention painopiste ei ollut ryhmissä vaan yksilöissä. Lisäksi havaittiin, että perustaitojen opettamiseen tehokkain opetusmenetelmä oli suora opettajajohtoinen taitojen opetus. Ongelmanratkaisutaitojen ja strategioiden opetuksessa tehokkainta näyttivät olevan erilaiset itseopiskelun menetelmät.

Analyysi osoitti, että pääosin matematiikan oppimisen edistämiseen kehitetyt interventiot oli toteutettu vasta alkuopetuksen jälkeen oppilaille, joilla on todettu ja matematiikan vaikeuksia tai jotka suoriutuvat matematiikassa heikosti. Hyviä oppimistuloksia on kuitenkin myös saatu

jo ensimmäisen luokan oppilaille suunnatuista interventioista (esim. Fuchs, Fuchs, Yazdian & Powell, 2002; Gersten, Jordan & Flojo, 2005). Toisaalta Fuchs ja Fuchs (2001) ovat todenneet, että parhaimmiskin interventioissa on lapsia, jotka eivät edisty toivotulla tavalla.

TUTKIMUKSEN TARKOITUS

Aiempien tutkimusten perusteella tiedetään, että aritmeettisten perustaitojen (mm. yhteen- ja vähennyslaskutaitojen) oppimista voidaan tukea vaikuttamalla lasten käyttämiin laskustrategioihin (esim. Wylie ym., 2012). Erilaisten laskustrategioiden käyttöä voidaan ohjata ja opettaa mm. opettajan oman matemaattisen ajattelun mallintamisen avulla (Joutsenlahti 2003; 2009). On kuitenkin selvää, että pelkästään oppilaiden taitoihin kohdentuva interventio ei riitä, sillä matematiikan oppimiseen vaikuttavat monet muutkin, ympäristöön ja sosiaalisiin tilanteisiin liittyvät tekijät (mm. Kikas ym., 2012). Yleisen tuen päämäärän mukaisesti tässä interventiossa kiinnitetään huomiota myös opetustapaan ja oppimisympäristöön.

Tämä interventiotutkimus oli osa harjoittelukoulujen TutKoKe-toimintaa (Tutkimus-, kokeilu- ja kehittämistoiminta), ja sen tavoitteena oli selvittää, miten opettajien laskustrategioiden opettamiseen ja ajattelun mallintamiseen liittyvällä interventiolla voidaan vaikuttaa oppilaiden käyttämiin laskustrategioihin, matematiikan taitoihin sekä matemaattiseen minäkäsitykseen ja työskentelytaitoihin. Lisäksi tarkasteltiin opettajien kokemuksia ohjaustaitojensa kehittymisestä intervention aikana.

TUTKIMUSMENETELMÄT

Osallistujat

Tutkimukseen osallistui 26 ensimmäisen luokan oppilasta, joista seitsemän puhui äidinkielenään muuta kuin suomea. Oppilaat olivat kolmelta eri ykkös- ja kakkosluokalta, matematiikan opetusta annettiin kahdessa ryhmässä, jotka oli muodostettu vain ensimmäisen luokan oppilaista. Tutkimukseen osallistuneiden oppilaiden keski-ikä tutkimuksen alkaessa loka-kuussa 2012 oli 7,28 vuotta (tytöt 7,29 ja pojat 7,27), yksi oppilaista oli luokan kertaaja. Oppilaat jaettiin alkukartoitusten perusteella (ks. luku Tutkimuksen toteuttaminen) riskiryhmään ($n = 9$) ja verrokiryhmään ($n = 17$). Kukaan oppilaista ei kuulunut tehostetun tai erityisen tuen piiriin, osa riskiryhmän oppilaista osallistui satunnaisesti kerran viikossa ensimmäisten luokkien oppilaiden matematiikan kerhoon. Oppilaiden matematiikan taidot eivät olleet yhteydessä oppilaan äidinkieleen ($X^2 = 1.745$, $df = 1$, $p = .186$), sillä suomea toisena kielenä puhuneista oppilaista verrokiryhmään kuului neljä oppilasta ja riskiryhmään kolme.

Matematiikan opetusta antoi kaksi luokanopettajaa ja yksi luokanopettaja-opiskelija. Kerran viikossa matematiikan tunnilla tapahtuneeseen havainnointiin osallistui kaksi erityisopettajaa, yksi luokanopettaja ja opetusharjoittelunsa myötä mukana olleet luokanopettaja- ja erityisopettajaopiskelijat ($n = 6$). Opiskelijoista kaksi oli mukana jokaisella havainnointikerralla, kaksi neljällä kerralla, yksi kahdella viimeisellä kerralla ja yksi osallistui vain kerran.

Arviointivälineet

Oppilaiden matematiikan taitojen alkukartoituksessa lokakuussa 2012 käytettiin sekä syksyn LukiMat 1 lk Tuen tarpeen

tunnistaminen -testin ryhmätehtäväosioita (LukiMat, 2011) että Banuca Lukukäsitteen ja laskutaidon hallinnan lukukäsitteen lyhytversiota (Räsänen, 2005). Intervention aikana väli- ja loppumittauksessa (marras- ja joulukuussa 2012) käytettiin Banuca-testistön lukukäsitteen lyhytversiota ja seurantamittaus tehtiin talven LukiMat 1 lk Tuen tarpeen tunnistaminen -testillä tammikuussa 2013 (LukiMat, 2011).

LukiMat on kriteeripohjainen seurantatesti, jolla saadaan tietoa lapsen matematiikan taidoista neljältä eri osa-alueelta (lukumääräisyyden taju, matemaattisten suhteiden hallinta, laskemisen taidot sekä aritmeettiset perustaidot) (LukiMat, 2011.) Banuca (Basic Numerical and Calculation Abilities) on normitettu testi 7–9-vuotiaiden lasten lukukäsitteen ja peruslaskutojen arvioimista varten (Räsänen, 2005). Tässä tutkimuksessa käytettiin alle kaksi vuotta koulua käyneille lapsille suunnattua lukukäsitteen lyhytversio -tehtäväkokonaisuutta (maksimipisteet 36). Taulukossa 1 on kaikkien matematiikan mittareiden reliabiliteetit. Kaikkien muiden mittareiden reliabiliteetit olivat riittäviä ($> .60$), paitsi LukiMat 2:n kokonaispistemäärän, jonka reliabiliteetti jäi alhaiseksi (.55).

Oppilaiden matemaattista minäkäsitystä mitattiin standardoidulla Self-Description Questionnaire eli SDQ-I-minäkäsitysmittarilla (Marsh, 1990). Tässä tutkimuksessa käytettiin mittarin matemaattista minäkäsitystä mittaavaa osiota. Matemaattista minäkäsitystä mitattiin kahdeksalla väittämällä (esim. ”Matematiikan opiskelu on minulle helppoa”), joihin oppilaat vastasivat valitsemalla sopivan vaihtoehdon annetuista viidestä (1 = pitää paikkaansa, 5 = ei pidä paikkaansa). Oppilaiden iän vuoksi vastaamista helpotettiin lisäämällä vaihtoehtojen mukaan numeroiden lisäksi niitä kuvaavat hymiöt. Kaik-

kien kolmen mittausajankohdan reliabiliteetit olivat hyviä (.73, .83 ja .88).

Matematiikkaa opettavat opettajat arvioivat oppilaiden työskentelytaitoja (Aunola, 2001) alku-, loppu- ja seuranta-mittausten yhteydessä. Mittari sisälsi seitsemän väittämää (esim. ”Jos toiminnassa tai tehtävässä ilmenee vaikeuksia, alkaako oppilas helposti tehdä jotain muuta?”), joihin vastattiin valitsemalla 5-portaiselta Likert-asteikolta (1 = ei ollenkaan, 5 = erittäin paljon/nopeasti) lapsen työskentelytapaan sopiva vaihtoehto. Kaikkien mitauspisteiden tehtävästrategiamittareiden reliabiliteetit olivat hyviä (.87, .83 ja .88).

Riskiryhmään kuuluneiden oppilaiden (n = 9) käyttämiä laskustrategioita havainnoitiin kerran viikossa viiden viikon ajan matematiikan tunneilla. Tunneille valittiin etukäteen oppilaiden käyttämästä oppikirjasta 18 tehtävää, jotka kuuluivat alkuopetusikäisten oppilaiden keskeisiin matematiikan taitoryypäisiin (LukiMat, 2011). Tehtävät olivat tyypiltään joko laskutoimitusten tekemistä tai soveltamista, ja ne jaettiin neljään eri tehtävätyyppiin: 1) lukumäärän määrittäminen kuvasta (kaksi tehtävää), 2) yhteen- ja vähennyslaskut (kahdeksan tehtävää), 3) puuttuvan tekijän täydentäminen yhteen- tai vähennyslaskuun (neljä tehtävää) sekä 4) oikean merkin valitseminen yhteen- tai vähennyslaskujen väliin (<, =, >) (neljä tehtävää).

Laskustrategioiden havainnoinnissa kiinnitettiin huomiota siihen, käyttääkö lapsi sormia vai laskeeko hän tehtävän päässä (Koponen, 2012b; LukiMat, 2011). Jos sormet olivat käytössä, havainnoitiin myös niiden käyttötapaa ja kehitysvaihetta. Eri laskustrategiavaihtoehtoja oli viisi: 1) laskee kaikki yksitellen (esim. $3 + 2$: yksi, kaksi, kolme, plus yksi kaksi = yksi, kaksi, kolme, neljä, viisi), 2) aloittaa ensimmäisestä yhteenlaskettavasta ja jatkaa suoraan ($3 + 1$: yksi kaksi kolme, neljä), 3) osaa

hyödyntää suuremman yhteenlaskettavista ($2 + 5$: viisi plus yksi kaksi – seitsemän), 4) laskee päässä mieltien ja 5) tietää vastauksen heti päässä laskien. Laskustrategioiden havainnointia varten havainnoitsijalla oli lomake, jossa olivat etukäteen valitut tehtävät oppikirjasta ja niiden rinnalla vaihtoehtoina rastitettavaksi lapsen käyttämä laskustrategia.

Opettajilta kerättiin myös haastatelmalla laadullista tietoa intervention toteuttamisesta, sen etenemisestä ja onnistumisesta. Haastattelu tehtiin interventiojakson jälkeen molempien opettajien yhteishaastatteluna. Teemahaastattelussa opettajilla oli mahdollisuus kertoa teemojen mukaisesti interventiossa tärkeäksi kokemiaan asioita. Keskeinen teema oli opettajien toiminta oppituntien suunnittelussa, toteutuksessa ja arvioinnissa ja sen mahdollinen muutos intervention seurauksena. Haastattelu aloitettiin kysymällä, miten opettajat konkreettisesti toimivat matematiikan oppituntien aikana ja mikä muutoksen interventio toi opetukseen. Lisäksi pohdittiin opettajien kokemuksia intervention toteuttamisesta. Haastattelija nauhoitti keskustelun ja teki siitä muistiinpanoja haastattelun kuluessa. Kokonaisuudessaan haastattelu kesti puoli tuntia.

Tutkimuksen toteuttaminen

Tutkimus tehtiin syksyllä 2012. Interventio suunniteltiin siten, että se olisi osa kolmiportaisen tukimallin yleistä tukea ja näin ollen toteutettavissa ns. tavallisen opetuksen keinoin koko opetusryhmälle – se ei vaadi opettajilta tai oppilailta erityisiä toimenpiteitä tai välineitä. Tutkimuksen suunnittelu perustui matematiikan ensimmäisen luokan tavoitteisiin ja tuntimääriin (Joensuun normaalikoulun opetussuunnitelma 2003). Käytännön toteutuksessa huomioitiin normaalikoulussa intervention aikana meneillään olevat erityis- ja luokanopettajaopiske-

lijoiden opetusharjoittelujaksot.

Opetusharjoittelijat osallistuivat tutkimuksen tekemiseen. Tavoitteena tutkimuksessa oli muokata toimintaympäristö niin, että matematiikan oppimisesta ja opettamisesta tulisi pohtivampaa ja vuorovaikutus lisääntyisi oppitunneilla. Varsinainen interventiojakso kesti kuusi viikkoa, ja se alkoi lokakuussa heti syysloman jälkeen ja päättyi joulukuun alussa. Interventiojakson aikana matematiikan opetusta oli oppilaille viikoittain 3 tuntia. Kuuden interventioviikon aikana laajennettiin lukualuetta (luvut 7–12) ja aiheina oli yhteenlaskun vaihdannaisuus, vähennyslaskuparit, yhteen- ja vähennyslaskun yhteys, vähennyslaskun tarkistaminen, pitkät yhteen- ja vähennyslaskut, puuttuva yhteenlaskettava ja puuttuva vähentäjä. Tutkimusjaksolla luokat etenivät opetuksessa samassa tahdissa.

Tutkimuksen interventiovaiheen ensimmäisenä päivänä matematiikkaa opettaneet opettajat ja luokanopettajaopiskelija sekä muut tutkimukseen osallistuneet havainnoijat osallistuivat laskustrategioita ja matemaattisen ajattelun mallintamista koskeneeseen koulutukseen (Koponen, 2012b). Koulutuksen erityinen painopistealue oli sujuvan peruslaskutaidon kehittyminen ja sen tukeminen. Koulutuksen sisältöön palattiin kahden viikon päästä uudessa koulutuksessa (Hakkarainen, 2012), jolloin keskityttiin miettimään ensimmäisen koulutuksen sisältöä konkreettisesti, erityisesti opettamista ja matemaattisen ajattelun mallintamista. Koulutuksessa käsiteltiin oppilaan (ja opettajan) ajattelun ja kielen yhteyttä matematiikan oppimiseen ja perehdyttiin matemaattisen kielen eri tyypeihin (Joutsenlahti 2003; 2009).

Koulutuksessa käytiin läpi opettajien kysymyksiä laskustrategioiden opetuksesta ja luokan toiminnasta. Opettajille annetut

keskeisimmät ohjeet ja tutkimustehtävät olivat seuraavat: 1) Käy läpi oppilailta esille tulevia eri ratkaisuvaihtoehtoja arvostaen niitä kaikkia, ja 2) Mallinna omaa ajatteluaasi, kerro ääneen, miten itse ratkaisit tehtävän. Koulutuksessa painotettiin sekä opettajan ja oppilaiden välisen että oppilaiden keskinäisen vuorovaikutuksen tärkeyttä. Kun oppilas ilmaisee muille matemaattisen käsitteen sisältöä, hän pohtii samalla käsitteen keskeisiä piirteitä ja jäsentää matemaattista ajatteluaan (Joutsenlahti, 2009).

Oppilaiden matematiikan taitoja arvioitiin kaikkiaan viisi kertaa. Mittauksia tekivät matematiikan tunneilla opettaneet opettajat, jotka koulutettiin matematiikan taitoja mittaavien testien käyttöön. Ensimmäinen alkumittaus tehtiin juuri ennen syyslomaa lokakuussa 2012. Mittauksessa käytettiin 1 lk:n LukiMat-testistöön kuuluvan seulontatestin ryhmäosioita (LukiMat, 2011). Toinen alkumittaus tehtiin heti syysloman jälkeen Banuca-testin lukukäsitteen lyhytversiolla (Räsänen, 2005). Näiden kahden testin kokonaispistemääräen ja opettajien havaintoihin perustuvien arviointien perusteella muodostettiin riskiryhmä ($n = 9$), johon seuloutuneista oppilaista kuusi kuului taitojensa perusteella heikoimpaan 15 prosenttiin joko toisessa tai molemmissa testeissä (LukiMat < 37 ja Banuca < 23 kokonaispistettä) ja kolme heikoimpaan 25 prosenttiin (LukiMat < 39 ja Banuca < 26 kokonaispistettä). LukiMat-testin käsikirjan rajaa, 42 kokonaispistettä, ei voitu käyttää, koska tässä tutkimuksessa yksilötehtäviä ei tehty.

Verrokkiryhmään valittiin oppilaat, jotka kuuluivat kokonaispistemäärissä taidoiltaan ylimpään 50 prosenttiin molemmissa testeissä (LukiMat 1 lk. > 44 ja Banuca 1 > 30 pistettä). Banucan lukukäsitteen lyhytversiota käytettiin sekä välimittauksessa marraskuun puolivälissä että

loppumittauksessa joulukuun alussa. Seurantamittaus tammikuun puolivälissä 2013 tehtiin LukiMat 1 lk:n talven seulontates-tillä (LukiMat, 2011).

Oppilaiden matemaattista minäkä-sitystä arvioitiin kolme kertaa, ensimmäi-sen kerran heti syysloman jälkeen toisen alkumittauksen yhteydessä, välimittauk-sen yhteydessä intervention kolmannella viikolla sekä loppumittauksen yhteydessä joulukuussa. Oppilaat vastasivat kyselyyn omien opettajiensa johdolla koulupäivän aikana opettajan valitsemana ajankohtana.

Oppilaiden käyttämien laskustrategi-oiden havainnointi järjestettiin kerran vii-kossa opettajien kanssa yhdessä sovituilta tunneilla. Tehtävien tekemiseen sovittiin käytettäväksi aikaa noin 10 minuuttia. Etukäteen oppikirjoista valitut tehtävät siirrettiin monisteiksi. Oppilaalle laadittu moniste sisälsi 18 erilaista tehtävää, jotka oli ryhmitelty neljään tehtävätyyppiin. Ha-vainnoijan moniste sisälsi sekä em. tehtävät että tehtävien viereen laaditut laskustra-tegiavaihtoehdot. Jokaisella riskiryhmään kuuluneella oppilaalla oli oma, tehtävään koulutettu havainnoija, joka istui oppilaan lähietäisyydellä niin, että sormien käytön havainnointi oli mahdollista. Havainnoita-

via oppilaita (n = 9) oli toisessa ryhmässä viisi ja toisessa neljä.

TULOKSET

Riskiryhmän oppilaiden taidot erosivat verrokkiryhmän oppilaiden taidoista kaik-kien matematiikan testien kokonaispiste-määrissä sekä ennen interventiota, inter-vention aikana että sen jälkeen (taulukko 1). LukiMat-testissä sekä syksyllä että tal-vella erot olivat tilastollisesti merkitseviä kaikissa osa-alueissa (U-testin p-arvot < .02). Banuca lukukäsitteen lyhytversio -testissä alku-, väli- ja loppumittauksessa riskiryhmän ja verrokkiryhmän oppilai-den taidot erosivat merkitsevästi toisistaan yhteen- ja vähennyslaskuissa sekä luku-jonotaidoissa (U-testin p-arvot < .005). Lukumäärän vertailu -osiossa oppilaiden taidoissa ei ollut eroa alku-, väli- eikä lop-pumittauksessa (U-testin p-arvot > .05). Lukumäärän ja luvun vastaavuus -tehtävä-osiossa oppilaiden taidoissa oli merkitsevä ero intervention aikana välimittauksessa (U-testin p-arvo .004), mutta tätä eroa ei ollut alku- eikä loppumittauksessa (U-tes-tin p-arvot .066 ja .181).

Taulukko 1. Oppilaiden lukumäärät, matematiikan testien keskiarvojen vaihteluvälit, keskiarvot ja -hajonnat sekä seuranta- ja kontrolliryhmän keskiarvojen erojen tilastolliset merkitse-vyydet (Mann-Whitney U-testi).

Mittari	Koko aineisto					Riskiryhmä					Verrokkiryhmä					U-testi	
	n	min	maks	ka	kh	n	min	maks	ka	kh	n	min	maks	ka	kh	α	p
<i>Alkumittaus</i>																	
LukiMat 1 Summa	26	25.00	48.00	43.19	5.56	9	25.00	44.00	37.22	5.54	17	44.00	48.00	46.35	1.50	.866	.000
Banuca 1 Summa	26	21.00	36.00	30.85	5.14	9	21.00	33.00	24.78	3.70	17	31.00	36.00	34.06	1.64	.750	.000
<i>Välimittaus</i>																	
Banuca 2 Summa	26	22.00	36.00	31.46	5.02	9	22.00	28.00	25.00	2.18	17	33.00	36.00	34.88	1.05	.695	.000
<i>Loppumittaus</i>																	
Banuca 3 Summa	26	23.00	36.00	32.50	3.76	9	23.00	31.00	28.11	2.71	17	32.00	36.00	34.82	1.33	.649	.000
<i>Seurantamittaus</i>																	
LukiMat 2 Summa	26	19.00	36.00	30.54	5.29	9	19.00	35.00	24.78	4.68	17	29.00	36.00	33.59	2.06	.545	.000

Kun tarkasteltiin muutosta riskiryhmän ja verrokkiryhmän oppilaiden matematiikan taidoissa (taulukko 2), havaittiin, että riskiryhmän taidot kehittyivät Banucan lukukäsitteen lyhytversiolla mitattuna tilastollisesti merkitsevästi enemmän kuin verrokkiryhmän välimittauksen ja loppumittauksen välisenä aikana (kuvio 1). Ennen tätä taidoissa näkynyttä myönteistä kehitystä riskiryhmän oppilaiden työskentelytaidoissa oli tapahtunut alku- ja välimittauksen välisenä aikana merkitsevästi enemmän myönteistä kehitystä tehtävien tekemiseen liittyneessä sitkeydessä (esim.

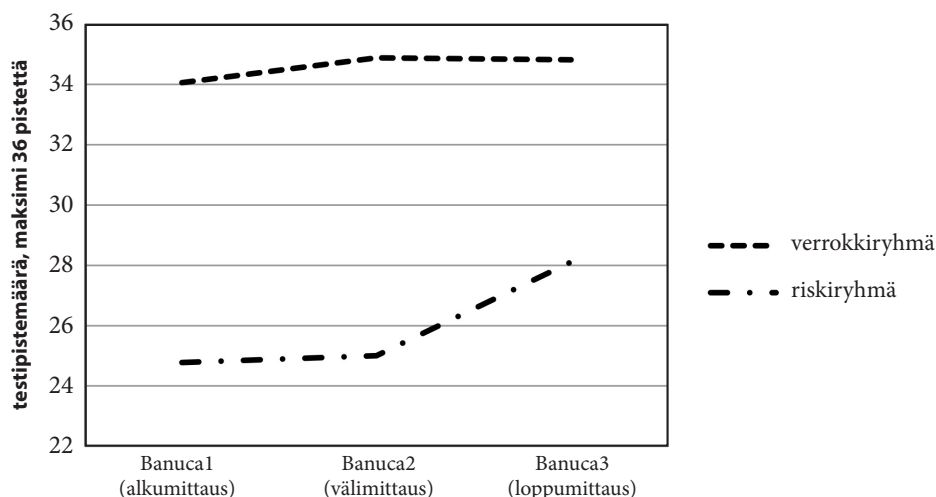
Osoittaako oppilas aktiivisuutta tai sitkeyttä toimitaan tai tehtäviä tehdessään?; U-testin p-arvo .011) (kuvio 2). Matematiikan minäkäsitys oli kaikilla tutkimukseen osallistuneilla oppilaille myönteinen (keskiarvojen vaihteluväli 4,32 – 4,39; rekoodattu 1 = väärin, ei pidä paikkaansa, 5 = totta, pitää paikkansa), ja sen muutoksen suunta oli positiivinen (keskiarvo nousi 4,25:sta 4,45:een) (tarkemmin, ks. kuvio 3).

Riskiryhmän oppilaiden käyttämiä laskustrategioita havainnoitiin kerran viikossa viiden viikon ajan. Lukumäärän nimeämistehtävistä koko interventiojakson

Taulukko 2. Muutos matematiikan taidoissa ryhmittäin intervention aikana.

Mittari	Koko aineisto			Riskiryhmä			Verrokkiryhmä			U-testi
	n	ka	kh	n	ka	kh	n	ka	kh	p
<i>BANUCA</i>										
Banuca2 – Banuca1	26	0.62	2.38	9	0.22	3.46	17	0.82	1.67	.823
Banuca3 – Banuca2	26	1.04	2.46	9	3.11	2.76	17	-0.06	1.39	.004
<i>LUKIMAT</i>										
LukiMat2 – LukiMat1*	26	-0.22	1.00	9	-0.22	1.64	17	-0.22	0.46	.367

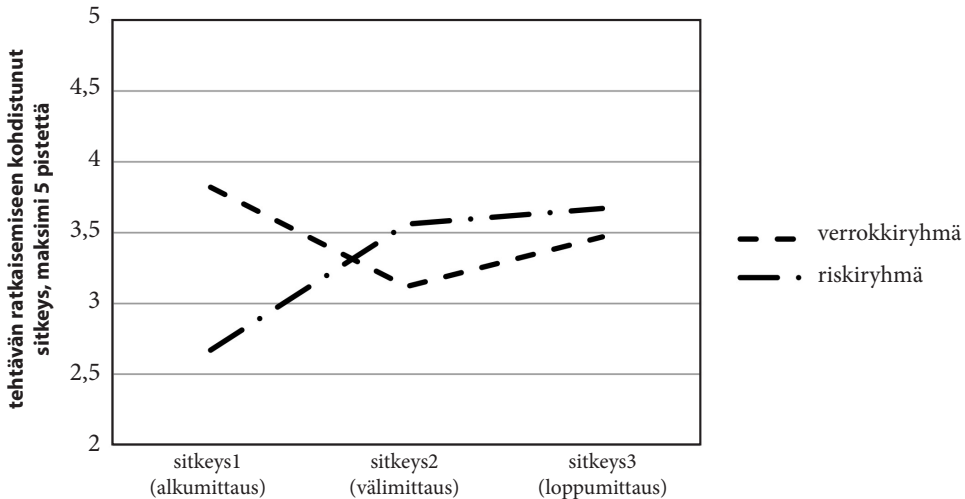
*muutos taidoissa laskettu z-pisteitä käyttämällä.



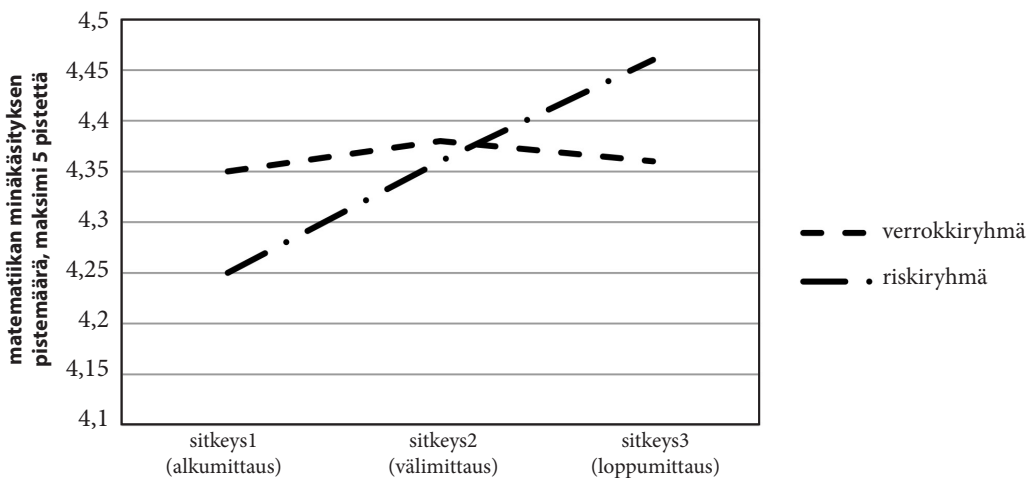
Kuvio 1. Matematiikan taitojen muutos alkumittauksesta loppumittaukseen.

ajan kaikki riskiryhmän oppilaat (n = 9) pystyivät nimeämään suoraan alle viiden jäävät lukumäärät. Jos kuvassa oli palloja viisi tai enemmän, he laskivat pallot kuvasta yksitellen. Tehtävät, joissa toinen yhteenlaskettava tai vähennyslaskussa vähentäjä oli joko 0 tai sama luku kuin las-

kun ensimmäinen tekijä, pystyivät kaikki riskiryhmän oppilaat (n = 9) ratkaisemaan ilman sormien apua. Muissa tehtävätyypeissä (yhteen- ja vähennyslaskut, puuttuvan tekijän täydentäminen yhteen- tai vähennyslaskuun sekä oikean merkin valitseminen yhteen- tai vähennyslaskujen



Kuvio 2. Muutos tehtävän ratkaisemiseen kohdistuneessa sitkeydessä alkumittauksesta loppumittaukseen.



Kuvio 3. Matematiikan minäkäsityksen kehitys alkumittauksen ja loppumittauksen välillä.

väliin) ensimmäisten viikkojen aikana selkeä enemmistö riskiryhmän oppilaista (5–7 oppilasta yhdeksästä) käytti sormia apunaan tehtäviä ratkoessaan. Intervention loppuvaiheessa lyhyissä yhteenlaskuissa päässä laskeminen onnistui 5–7 oppilalta yhdeksästä. Vähennyslaskuissa ja pitkissä yhteenlaskuissa sormien käyttö oli tavallisinta, eikä vaihdannaisuutta osattu hyödyntää yhteenlaskuissa, vaan laskut ratkaistiin laskemalla luvut siinä järjestyksessä kun ne tehtävässä olivat. Käytetyillä laskustrategialla ei ollut yhteyttä siihen, saiko oppilas ratkaistua tehtävän oikein (Khin neliö, Monte Carlo, p-arvot > .05).

Hankalimmiksi riskiryhmän oppilaille osoittautuivat ns. aukkotehtävät, joissa vähennyslaskutehtävät olivat vieläkin hankalampia kuin yhteenlaskutehtävät. Ensimmäisen havainnointikerran yhteydessä neljä oppilasta yhdeksästä jätti kaikki aukkotehtävät kokonaan ratkaisematta. Intervention aikana havaittu taitojen, mutta myös sitkeyden muutos riskiryhmän oppilaissa näkyi erityisesti näissä aukkotehtävissä, sillä toisella havainnointikerralla edelleen kolme oppilasta jätti aukkotehtävät kokonaan tekemättä, mutta kolmessa viimeisessä havainnoinnissa kaikki aukkotehtävät jätti tekemättä enää vain yksi oppilas. Kaikkien vaikeimman tehtävätyypin (esim. $_ - 3 = 7$) jätti ratkaisematta vain kaksi oppilasta.

Tutkimuksen haastatteluaineiston perusteella voidaan sanoa, että opettajat kokivat intervention toteuttamisen lisänneen heidän yhteistyötään niin suunnittelussa, opetuksessa kuin arvioinnissa. Tutkimuksen myötä opettajien yhteissuunnittelu ja tuntien reflektointi lisääntyivät merkittävästi. Opettajat kertoivat keskustelleensa tuntien sisällöistä, käytettävistä opetusmenetelmistä ja havainnollistamistavoista. Tästä seurasi se, että opettajat painottivat yhdessä keskeisiksi havaittuja

sisältöjä opetuksessaan niiden matemaattisen merkityksen takia selvästi aiempaa enemmän. Opetuksen ongelmakohtia ratkottiin yhdessä ja hyväksi koettuja menetelmiä ja tehtäviä vaihdettiin.

Intervention myötä opettajat kiinnittivät enemmän huomiota sekä itse käyttämiinsä että oppilaiden käyttämiin laskustrategioihin. Opettajan oman ajattelun mallintaminen havainnollistamalla ja ajattelua kielellistämällä lisääntyi.

Opettajana piti strategiat mielessä paremmin ja kiinnitti oppilaissa enemmän huomiota myös, että minkälaisia strategioita. Tukiopetuksessakin lähti liikkeelle enemmän siitä näkökulmasta, että havainnoi samansuuntaisesti miten se lapsi toimii kun se ratkaisee tehtäviä. (opettaja 1)

Miten ratkaiset tämän... se kielellistämisen, että matematiikka ei ole pelkkiä lukuja ja numeroita, vaan kieli... ei ole vain yhtä ainoata ratkaisua... Mallintamisen kautta... oman ajattelun äänen puhuminen ja sitä kautta lapsikin uskaltaa... (opettaja 2)

Tämä näkyi keskusteluna oppitunneilla tehtävien laskujen ratkaisutavoista ja apuvälineiden hyödyntämisenä laskujen ratkaisemisessa.

Lapset ovat oppinu hyödyntämään apuvälineitä... ei tarte koko ajan päällä pelata, kun se ei oo vielä automatisoitunu ne luvut... Ne tekee valinnat... osa hakee helmet ja osa hakee viivottimen... ei kaikki. Osa tekee ilman, kenelle se on automatisoitunu. Se ei oo semmone häpeä. (opettaja 2)

Tietoinen laskustrategioiden opettaminen herätti myös opettajat huomaamaan, että kaikilla oppilailla tulee olla mahdollisuus ratkoa pohdintatehtäviä. Aiemmin näiden tehtävien ratkaisemiseen olivat oppitunneilla ehtineet vain tehtäviä

nopeasti ratkovat laskijat.

Opettajat kertoivat myös arvioineensa tutkimusjakson aikana oppilaiden matematiikan osaamista aiempaa enemmän ja tarkemmin. Jatkuvaa arviointia tehtiin kerran viikossa laskustrategioiden havainnointia varten oppikirjoista etukäteen valittujen tehtävien avulla.

Nyt on konkreettisesti omin silmin nähnyt nopealla aikavälillä, miten lapset kehittyvät... niissä aikasarjamittauksissa. Lapsen oppimisen seuranta kulkee luontevasti siinä rinnalla. Ja kun ajattelee miten vähän siihen menee loppujen lopuksi aikaa... enimmillään viis minuuttia. (opettaja 1)

Viikkotehtävät konkretisoivat oppilaiden edistymistä ja toisaalta ennakoivat tulossa olevien opettavien asioiden osaamista.

Se antaa apua ja välineitä, miten omaa opettamista lähtee kehittämään eteenpäin, mitä pitää syventää ja mitä ne jo osaa. (opettaja 2)

Näin opetusta pystyttiin yksilöllistämään oppilaan tuen tarvetta vastaavaksi. Opettajat mm. kehittivät omaa oppimateriaalia ja käyttivät opetuksessaan havainnollistavia välineitä.

POHDINTA

Tämän interventiotutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, miten opettajien laskustrategioiden opettamiseen ja ajattelun mallintamiseen liittyvällä interventiolla voidaan vaikuttaa oppilaiden käyttämiin laskustrategioihin, oppilaiden matematiikan taitoihin sekä oppilaan matemaattiseen minäkäsitykseen ja työskentelytaitoihin. Lisäksi tarkasteltiin opettajien kokemuksia

ohjaustaitojensa kehittymisestä intervention aikana. Tutkimuksen avulla pyrittiin vahvistamaan yleisen tuen menetelmien käyttöä koulun arjessa.

Tulosten mukaan riskiryhmän oppilaat hyötyivät interventiosta verrokkiryhmän oppilaita enemmän. Vaikka ryhmien väliset erot laskutaidoissa säilyivät merkitsevinä loppumittaukseen asti, riskiryhmän ja verrokkiryhmän ero laskutaidossa lähti kaventumaan ja riskiryhmän oppilaiden testitulosten keskiarvo nousi testin riskirajan yläpuolelle. Kun taitoja mitattiin Banuca-lukukäsitettestillä, riskiryhmän oppilaiden matematiikan taidoissa tapahtui tilastollisesti merkitsevä kohentuminen intervention aikana. Riskiryhmän oppilaat pysyivät interventiojakson aikana kuitenkin taidoiltaan heikompina verrokkiryhmän lapsiin verrattuna. Matematiikan taitojen erot eivät myöskään kaventuneet alkumittauksen ja seurantamittauksen aikana, kun taitoja arvioitiin ensimmäisen luokan syksyn ja talven LukiMat-seulon-tatesteillä.

Myös riskiryhmän oppilaiden työskentelytavat, aktiivisuus ja sitkeys tehtävien ratkaisemisessa kehittyivät intervention kolmen ensimmäisen viikon aikana ja säilyivät sen jälkeenkin alkuvaihetta korkeammalla tasolla. Oppilaiden matemaattinen minäkäsitys oli melko myönteinen jo intervention alkuvaiheessa, mutta riskiryhmän oppilailla sen kehityssuunta oli erityisen positiivinen. Usko omiin kykyihin ja osaamiseen vahvistui tutkimusjakson aikana. Hyvin koulussa menestyvät oppilaat uskovat omiin kykyihinsä ja keskittyvät hallintasuuntautuneesti tehtävien ratkaisemiseen, ja heidän minäkäsityksensä on positiivinen. Heikosti menestyville oppilaille on tyypillistä vaikeiden tehtävien ja oppimistilanteiden välttely sekä epäonnistumisen pelko (Aunola, 2001).

Opettajien havaintojen mukaan op-

pilaat tulivat tietoisemmiksi matematiikan opiskelustaan ja mahdollisista pulmista siinä. Saamamme tutkimustulokset ovat lupaavia, sillä sekä oppilaiden työskentelytavat (esim. Kikas ym., 2009) että minäkäsitys (Marsh & Martin, 2011) ovat aikaisemman tutkimuksen mukaan yhteydessä matemaattisiin taitoihin. Etenkin koulun alkuvaiheessa olisi tärkeää pyrkiä löytämään keinoja, joiden avulla voitaisiin lisätä kaikkien oppilaiden uskoa omaan kyvykkyyteensä. Tutkimustulostemme mukaan näyttäisi siltä, että opettaja voi omalla toiminnallaan ohjata oppilaita kohti myönteisiä työskentelytapoja ja tukea heidän minäkäsityksensä kehittymistä. Etenkin opettajankoulutuksessa olisi tärkeää tuoda esille, että oppilaiden minäkäsitystä voidaan vahvistaa ja työskentelytapoja kehittää tämäntyyppisillä, helposti toteutettavilla yleisen tuen interventioilla.

Opettajiin kohdistunut interventio painottui laskustrategioiden opettamiseen ja opettajan oman matemaattisen ajattelun mallintamiseen. Opettajat tunsivat intervention syventäneen omaa matemaattista ajatteluaan. Tämä näkyi opetuksessa erilaisten laskustrategioiden mallintamisena ja opettamisena esimerkiksi niin, että erilaisista tehtävien ratkaisuvaihtoehdoista keskusteltiin oppilaiden kanssa, jotta he tiedostaisivat omat laskustrategiansa ja mahdollisuudet käyttää erilaisia strategioita tehtävien ratkaisemiseen. Oppilaiden käyttämät laskustrategiat nopeutuivat ja monipuolistuivat; lukujen luetteluun pohjautuvien strategioiden käyttö väheni. Nämä tulokset olivat yhteneviä Ostadin (1999) ja Wyliehen ja muiden (2012) tulosten kanssa.

Interventiojakson aikana opettajat tekivät aiempaan verrattuna enemmän yhteistyötä. He lisäsivät yhteissuunnittelua ja reflektointia tunteista sekä vaihtoivat opetusmateriaaleja ja -menetelmiä. Opettajat

ratkoivat opetuksen ongelmakohtia yhdessä, mikä vahvisti ammatillista kehittymistä ja lisäsi henkilökohtaista hyvinvointia. Edellä mainitut tekijät on koettu yhteisopettajuuden eduksi myös Takalan ja Uusitalo-Malmivaaran (2012) tutkimuksessa.

Interventiotutkimusta on pulmallista toteuttaa siten, että se muistuttaisi todellista luokkahuonetyöskentelyä (Gersten, Baker & Lloyd, 2000). Siksi sitä on tehty vähän ja suurin osa interventiotutkimuksista on tehty vasta alkuopetuksen jälkeen (Kroesbergen & van Luit, 2003). Kuitenkin aikaisemman tutkimuksen mukaan jo ensimmäisellä luokalla toteutetuista interventioista on saatu hyviä tuloksia (esim. Gersten ym., 2005). Tutkimukselamme on muutamia rajoituksia, jotka on tärkeää huomioida tutkimustulosten luotettavuutta ja yleistettävyyttä arvioitaessa. Ensinnäkin tutkimusaineistomme (N = 26) pienuus aiheuttaa rajoituksia tulosten yleistettävyydelle. Riskiryhmän (n = 9) ja verrokkiryhmän (n = 17) koko rajoitti myös tilastollisten analyysimenetelmien käyttöä. Lisäksi interventio- ja seurantajakso oli lyhyt, ja sitä toteutti vain kaksi luokanopettajaa ja yksi luokanopettajaopiskelija. Luokanopettajilta keräämämme haastatteluaineisto on myös niukka ja koskee vain kahta luokanopettajaa, mikä on otettava huomioon tutkimustuloksiamme tarkasteltaessa.

Tämän interventiotutkimuksen yhtenä tärkeänä tuloksena voidaan pitää tässä tutkimuksessa käytettyjen toimintatapojen muuttumista osaksi opetuskäytänteitä (evidence-based practice). Opettajien tiivis yhteistyö, jatkuvan arvioinnin kulttuuri (RTI-malli) ja huomion kiinnittäminen oppilaan käyttämiin laskustrategioihin lisäsivät opettajien oppilaantuntemusta (myös Johnson ym., 2006; Tomlinson & Imbeau, 2010). Tuen tarpeen varhainen tunnistaminen ja siihen vastaaminen laa-

dukkalla perusopetuksella vahvistivat oppilaille annettua yleistä tukea.

Aikaisemman tutkimuksen perusteella tiedetään, että erot hyvien ja heikkojen laskijoiden välillä ovat jo koulun aloitusvuosina hyvin pysyviä ja ne näyttävät kouluvuosien kuluessa vain kasvavan (Aunola ym., 2004; Crosnoe ym., 2010; Lerkkanen, Rasku-Puttonen, Aunola & Nurmi, 2005). Tämänäyttävällä, melko helposti toteutettavalla yleisen tuen interventiolla olisi mielestämme mahdollista tukea matemaattisten taitojen kehittymistä niillä oppilailla, joiden matematiikan valmiudet ja taidot ovat heikkoja. Näin voitaisiin pysäyttää Matteus-efektin syntyminen jo koulunkäynnin alkuvaiheessa.

Kirjoittajatiedot:

Kirjoittaja Airi Hakkarainen (KM) toimii jatko-opiskelijana Itä-Suomen yliopiston Joensuun kampuksella erityispedagogiikan oppiaineessa.

Kirjoittaja Minna Haring (FT) toimii vararehtorina ja lehtorina Itä-Suomen yliopiston Joensuun Normalikoulussa.

Kirjoittaja Leena Holopainen (KT) toimii professorina Itä-Suomen yliopiston Joensuun kampuksella erityispedagogiikan oppiaineessa.

Kirjoittaja Kristiina Lappalainen (KT) toimii yliopistotutkijana Itä-Suomen yliopiston Joensuun kampuksella erityispedagogiikan oppiaineessa.

Kirjoittaja Minna Mäkihonko (KT) toimii yliopistonlehtorina Itä-Suomen yliopiston Joensuun kampuksella erityispedagogiikan oppiaineessa.

LÄHTEET

- Aunola, K. (2001). Children's and adolescents' achievement strategies, school adjustment, and family environment. Doctoral Dissertation. Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research 178. University of Jyväskylä.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96,

699–713.

- Aunola, K. & Nurmi, J. (2004). Maternal affection moderates the impact of psychological control on a child's mathematical performance. *Developmental Psychology*, 40, 965–978.
- Baroody, A.J. (2004). The developmental bases for early childhood number and operations standards. Teoksessa D.H. Clements & J. Sarama (toim.), *Engaging young children in mathematics*, 173–219. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Crosnoe, R., Morrison, F., Burchinal, M., Pianta, R., Keating, D., Friedman, S.L. & Clarke-Stewart, K.A. (2010). Instruction, teacher-student relations, and math achievement trajectories in elementary school. *Journal of Educational Psychology*, 102, 407–417.
- Fletcher, J.M., Lyon, G.R., Fuchs, L.S. & Barnes, M.A. (2009). *Oppimisvaikeudet – Tunnistamisesta interventioon*. Kuopio: UNIpress.
- Fuchs, L. & Fuchs, D. (2001). Principles for the prevention and intervention of mathematics difficulties. *Learning Disabilities Research & Practice*, 16, 85–95.
- Fuchs, L., Fuchs, D., Yazdian, L. & Powell, S.R. (2002). Enhancing first-grade children's mathematical development with peer-assisted learning strategies. *School Psychology Review*, 31, 569–583.
- Fuchs, L.S., Powell, S.R., Seethaler, P.M., Cirino, P.T., Fletcher, J.M., Fuchs, D. &
- Hamlett, C.L. (2010). The effects of strategic counting instruction, with and without deliberate practice, on number combination skill among students with mathematics difficulties. *Learning and Individual Differences*, 20, 89–100.
- Gersten, R., Baker, S. & Lloyd, J.W. (2000). Designing high-quality research in special education: Group experimental design. *The Journal of Special Education*, 34, 2–18.
- Gersten, R., Jordan, N.C. & Flojo, J.R. (2005). Early identification and intervention for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 293–304.

- Hakkarainen, A. (2012). Matematiikan oppimisen tukeminen ajattelua mallintamalla. *Koulutus* 7.11.2012.
- Hannola, M. & Kalakoski, V. (2008). Tunteet, tulkinnat ja kognitiivinen suoriutuminen. *Psykologia*, 43, 443–452.
- Hannula, M.M. & Lepola, J. (2006). Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetuksen aikana: Mitkä tekijät ennakoivat aritmeettisten taitojen kehittymistä? Teoksessa J. Lepola & M.M. Hannula (toim.), *Kohti koulua. Kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys* (s. 129–153). Turku: Turun yliopiston kasvatustieteiden laitos.
- Joensuun normaalikoulun opetussuunnitelma. 2003. <http://jnor.joensuu.fi/ops> [Luettu 14.10.2013.]
- Johnson, K., Mellard, D.F., Fuchs, D., & McKnight, M.A. (2006). RTI Manual. National Research Center on Learning Disabilities. http://www.nrcl.org/rti_manual [Luettu 8.11.2012.]
- Joutsenlahti, J. (2003). Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta (Ainedidaktinen symposium 7.2.2003)*, 188–196. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:72. Turku: Turun opettajankoulutuslaitos.
- Joutsenlahti, J. (2009). Matematiikan kielentäminen kirjallisessa työskentelyssä. <http://www.joutsenlahti.net/kieli.html> [Luettu 15.9.2012.]
- Kanerva, K. & Kyttälä, M. (2013). Varhaisten matemaattisten taitojen harjoittaminen: matematiikkaspesifiä vai yleistä kognitiivista harjoitusta? *NMI-Bulletin*, 23, 12–22.
- Kikas, E., Peets, K., Palu, A. & Afanasjev, J. (2009). The role of individual and contextual factors in the development of maths skills. *Educational Psychology*, 29, 541–560.
- Koponen, T. (2012a). Peruslaskutaito on matematiikan kivijalka. *NMI-Bulletin*, 22, 59–62.
- Koponen, T. (2012b). Matematiikan ajattelutaitojen ja laskustrategioiden tukeminen. Jyväskylä: NMI. *Koulutus* 22.10.2013.
- Kroesbergen, E.H. & Van Luit, J.E.H. (2003). Mathematics intervention for children with special education needs: A meta-analysis. *Remedial and Special Education*, 24, 97–114.
- Lepola, J., Niemi, P., Kuikka, M. & Hannula, M.M. (2005). Cognitive-linguistic skills and motivation as longitudinal predictors of reading and arithmetic achievement: A follow-up study from kindergarten to grade 2. *International Journal of Educational Research*, 43, 250–271.
- Lerikkanen, M.-K., Rasku-Puttonen, H., Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2005). Mathematical performance predicts progress in reading comprehension among 7-year olds. *European Journal of Psychology of Education*, 10, 121–137.
- LukiMat. (2011). Tuen tarpeen tunnistaminen: 1 lk – Matematiikka. Käyttäjän opas. Jyväskylä: NMI. <http://www.lukimat.fi/lukimat-oppimisen-arviointi/materiaalit/tuen-tarpeen-tunnistaminen/1lk/matematiikka/kayttajan-opas>. [Luettu 1.9.2012.]
- LukiMat (2012a). Yksinumeroisilla luvuilla laskeaminen. <http://www.lukimat.fi/matematiikka/tietopalvelu/taitojen-kehitys/aritmeettiset-perustaidot/yksinumeroisilla-luvuilla-laskeminen> [Luettu 3.4.2013.]
- LukiMat (2012b). Taitojen kehitys. <http://www.lukimat.fi/matematiikka/tietopalvelu/taitojenkehitys> [Luettu 3.4.2013.]
- Marsh, H.W. (1990). Self Description Questionnaire I – Manual. <http://www.self.ox.ac.uk/SDQ1m.htm> [Luettu 1.10.2012.]
- Marsh, H.W. & Martin, A.J. (2011). Academic self-concept and academic achievement: Relations and causal ordering. *British Journal of Educational Psychology*, 81, 59–77.
- OPH. (2011). Perusopetuksen opetussuunnitelman muutokset ja täydennykset 2010. Määräykset ja ohjeet 2011:20. Helsinki: Opetushallitus.
- Ostad, S.A. (1999). Developmental progression of subtraction strategies: a comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of*

- Special Needs Education, 14, 21–36.
- Pugach, M.C. & Winn, J.M. (2011). Research on co-teaching and teaming. An untapped resource for inclusion. *Journal of Special Education Leadership*, 24, 36–46.
- Räsänen, P. (2005). *Banuca. Lukukäsitteen ja laskutaidon hallinnan testi*. Käsikirja. Jyväskylä: NMI.
- Siegler, R. (1988). Individual differences in strategy choices: Good students, not-so-good students, and perfectionists. *Child Development*, 59, 833–851.
- Takala, M. & Uusitalo-Malmivaara, L. (2012). A one-year study of the development of co-teaching in four Finnish schools. *European Journal of Special Needs*, 27, 3.
- Tomlinson, C.A. & Imbeau, M.B. (2010). *Leading and managing a differentiated classroom*. Alexandria, VA, USA: Association for Supervision & Curriculum Development (ASCD).
- Valentine, J., DuBois, D. & Cooper, H. (2004). The relation between self-beliefs and academic achievement: A meta-analytic review. *Educational Psychologist*, 39, 111–133.
- Viljaranta, J., Lerkkanen, M.-K., Poikkeus, A.-M., Aunola, K. & Nurmi, J.-E. (2009). Cross-lagged relations between task motivation and performance in arithmetic and literacy in kindergarten. *Learning and Instruction*, 19, 335–344.
- Wylie, J., Jordan, J.-A. & Mulhern, G. (2012). Strategic development in exact calculation: group and individual differences in four achievement subtypes. *Journal of Experimental Child Psychology*, 113, 112–130.