

Riikka Mononen  
 Pirjo Aunio  
 Risto Hotulainen  
 Ritva Ketonen

# Matematiikan osaaminen ensimmäisen luokan alussa

*Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin juuri koulunsa aloittaneiden ensiluokkalaisten (N = 175) matematiikan osaamista eri osa-alueilla: matemaattiset suhdetaidot, laskemisen taidot, yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuus yksinumeroisilla luvuilla sekä sanallisten yhteen- ja vähennyslaskutehtävien ratkaiseminen. Lisäksi tutkittiin sukupuolen, iän ja vanhempien koulutustaan yhteyttä matematiikan osaamiseen. Keskeisenä tuloksena havaittiin, että koulunsa aloittavilla lapsilla on keskimäärin verrattain hyvät matematiikan taidot, joskin osaamisessa oli huomattavaa vaihtelua.*

*Pojat olivat tyttöjä taitavampia matemaattisissa suhdetaidoissa ja sitä kautta myös muissa matemaattisissa taidoissa. Samoin vanhemmat lapset olivat nuorempia lapsia taitavampia matemaattisissa suhdetaidoissa ja sitä kautta myös muissa matemaattisissa taidoissa. Lapsen osaaminen oli parempaa, kun äidin koulutustausta oli korkeampi. Isän koulutustaustalla ei sen sijaan ollut yhteyttä osaamiseen. Ensiluokkalaisten ryhmässä oli pieni joukko lapsia, joiden taidot olivat huomattavasti heikompia kuin muiden lasten taidot. Näille lapsille etenkin laskeamisen osa-alueen tehtävät olivat vaikeita. Pohdimme tämän tutkimuksen tuloksia*

*suhteessa matematiikan opetuksen toteutukseen ensimmäisen luokan alussa.*

Asiasanat: ensimmäinen luokka, heikot osaajat, matematiikka

## JOHDANTO

Suomalaiset tutkimukset ovat osoittaneet, että esiopetusiässä lasten välillä on havaittavissa suuria eroja matemaattisissa taidoissa (Aunio & Niemivirta, 2010; Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004). Myös opetusarjen havainnot osoittavat, että osa lapsista harjoittelee lukujonon luettelua ja lukumäärien laskemista lukualueella 1–10, samalla kun taitavimmat lapset laskevat jo yhteen- ja vähennyslaskuja ja luettelevat lukuja yli kahdenkymmenen lukualueella.

Esiopetuksen yhtenä yleisenä tavoitteena on se, että ”taataan tasavertaiset mahdollisuudet oppimiseen ja koulun aloittamiseen” (Esiopetuksen opetussuunnitelma, Opetushallitus, 2010, s. 7). Matemaattisilta taidoiltaan heikoimpien lasten matemaattisia valmiuksia tulisi siis pyrkiä vahvistamaan esiopetusvuonna niin, että heillä olisi riittävät taidot niihin sisältöihin, joista ensimmäisenä kouluvuonna

lähdetään matematiikan opiskelussa liikkeelle. Matemaattisten taitojen tukeminen jo ennen koulun alkua on tärkeää myös siksi, että kansainvälisissä ja suomalaisissa lasten matemaattisten taitojen pitkittäistutkimuksissa on huomattu varhaisen matemaattisen osaamisen ennustavan vahvasti tulevaa koulumatematiikan osaamista (esim. Aunola ym., 2004; Morgas, Farkas & Wu, 2009).

Suomalaisesta tutkimuskirjallisuudesta puuttuu kuitenkin tuoretta tietoa siitä, millaisilla matemaattisilla taidoilla lapset itse asiassa aloittavat ensimmäisen luokan. Tämä tutkimus pyrkii osaltaan vastaamaan tähän kysymykseen ja tarkastelee myös, mitkä taustatekijät (ikä, sukupuoli ja vanhempien koulutustausta) ovat yhteydessä matematiikan osaamiseen. Lisäksi tarkastelun kohteena on se, miten matemaattisilta taidoiltaan heikoimmat lapset suoriutuvat eri matematiikan osa-alueilla.

### **Varhaisten matemaattisten taitojen kehitys**

Ennen koulun alkua useimmat lapset ovat oppineet sellaisia varhaisia matemaattisia taitoja, joita he tarvitsevat myöhemmin koulumatematiikan oppimisessa. Näistä taidoista keskeisimpiä ovat laskemisen taidot (lukumäärän määrittäminen laskemalla, numerosymbolien hallinta ja lukujonon luetteleminen), matemaattisten suhteiden hallinta (mm. matemaattis-loogiset taidot ja aritmeettiset periaatteet) ja varhaiset aritmeettiset perustaidot (yhteen- ja vähennyslasku) (ks. tarkemmin Lukimat-verkkopalvelu: <http://www.lukimat.fi/matematiikka/tietopalvelu/taitojen-kehitys>; Sarama & Clements, 2009).

Varhaisten matemaattisten taitojen on todettu kehittyvän keskenään vuorovaikutuksessa, ja tämä kehitys riippuu osaksi lapsen kasvuympäristöstä (Aunio & Nie-

mivirta, 2010; Rittle-Johnson & Siegler, 1998). Muun muassa Kleemansin ja kumppaneiden (2012) sekä LeFevren ja kumppaneiden (2010) tekemissä tutkimuksissa on todettu, että taitojen kehitykseen vaikuttaa osaltaan se, millaisia matemaattisia virikkeitä lapsi saa kotonaan. Etenkin amerikkalaiset tutkimukset ovat osoittaneet, että heikoista sosioekonomisista taustoista tulevilla lapsilla on usein muita heikommat matemaattiset taidot koulun alkaessa siksi, että heillä on ollut varhaislapsuudessa vain niukasti matemaattisia kokemuksia (Jordan, Kaplan, Oláh & Locuniak, 2006). Kun matemaattista osaamista on tutkittu osa-alueittain, on havaittu, että vanhempien koulutustaustan vaikutus näyttää kohdentuvan vain tiettyihin taitoalueisiin. Esimerkiksi Aunion ja Niemivirran (2010) tutkimuksessa vanhempien koulutustaustalla oli suora yhteys vain soveltaviin aritmeettisiin tehtäviin, ei kuitenkaan esimerkiksi matemaattisiin suhdetaitoihin, laskemisen taitoihin tai perusaritmetiikkaan.

Esikouluiässä ilmenevän matemaattisen osaamisen on pitkittäistutkimuksin osoitettu ennustavan hyvin tulevaa matematiikan oppimista (Aubrey, Dahl & Godfrey, 2006; Aunola ym., 2004; Jordan, Kaplan, Locuniak & Ramineni, 2007). Ne lapset, joiden matemaattiset taidot ovat heikkoja jo esikouluiässä, ovat useimmiten heikkoja näissä taidoissa myös myöhemmin koulussa. Jotta matematiikan oppimisen polusta tulisi helpompi, on tärkeää, että matemaattisia taitoja vahvistetaan tehostetusti näiden lasten kanssa jo ennen kouluikä ja koulupolun alussa. Myös iällä on havaittu olevan merkitsevä yhteys lasten matemaattiseen osaamiseen (Aunio & Niemivirta, 2010; Jordan, Kaplan, Oláh & Locuniak, 2006; Ransdell & Hecht, 2003). Samaa luokkaa käyvien lasten välillä on vuoden kronologinen ikäero mutta ma-

temaattisessa osaamisessa ero voi olla suurempikin (Boardman, 2006; Dowker, 2008).

Poikien ja tyttöjen välisistä eroista matematiikan osaamisessa on saatu vaihtelevia tutkimustuloksia tässä ikäryhmässä. Osassa tutkimuksista sukupuolella ei ole ollut suoraa yhteyttä varhaisten matemaattisten taitojen osaamiseen (Aunio & Niemivirta, 2010), mutta osassa tutkimuksista on havaittu, että tytöillä on poikia paremmat varhaiset matemaattiset suhteet (Aunio, Hautamäki, Heiskari & van Luit, 2006). Jordan kumppaneineen (2006) havaitsi, että esiopetusikäiset pojat olivat tyttöjä taitavampia lukukäsiteläisissä, eikielellisissä laskemisissa ja lukumäärän arviointia vaativissa tehtävissä.

### **Matematiikan opetussisällöt ensimmäisellä luokalla**

Ensimmäisellä ja toisella luokalla opetussuunnitelmassa määritellään opeteltaviksi sisällöiksi luvut ja laskutoimitukset (mm. lukumäärä, lukusana ja numerosymboli; lukujen ominaisuudet: vertailu, luokittelu, järjestykseen asettaminen ja lukujen hajottaminen; yhteen- ja vähennyslasku sekä laskutoimitusten väliset yhteydet luonnollisilla luvuilla), algebra, geometria, mittaaminen sekä tietojen käsittely ja tilastot (Opetushallitus, 2004). Ensimmäisen luokan matematiikan oppikirjat soveltavat sisällöissään opetussuunnitelman perusteita (esim. Haapaniemi, Mörsky, Tikkanen, Vehmas & Voima, 2006a; 2006b) esimerkiksi siten, että harjoittelu tapahtuu pääsääntöisesti lukualueella 0–20. Tässä tutkimuksessa opetussuunnitelmasta tarkastelun kohteeksi nousevat vain luvut ja laskutoimitukset, sillä ne sisältävät keskeisiä perustaitoja, joiden hallintaa tarvitaan muiden matematiikan opetussisältöjen oppimisessa.

### **Tutkimuksen tarkoitus**

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää 1) millaiset matematiikan taidot lapsilla on ensimmäisen luokan alussa ja millaisia ovat taitojen väliset yhteydet, 2) millainen yhteys iällä, sukupuolella ja vanhempien koulutustaustalla on matematiikan osaamiseen ja 3) millaisia ovat taitoiltaan heikoimpien lasten matematiikan taidot verrattuna tavanomaisesti osaaviin lapsiin.

## **TUTKIMUSMENETELMÄ**

### **Osallistujat**

Tutkimukseen osallistui juuri ensimmäisen luokan aloittaneet 194 lasta, yhdestätoista eri luokasta, kolmesta Etelä-Suomen kunnasta. Tutkimus oli osa laajempaa tutkimushanketta, johon kyseiset luokat opettajineen osallistuivat. Yhdeksäntoista lapsen tietoja ei analysoitu, koska poissaolojen vuoksi heiltä ei saatu kerättyä tietoa kaikista arvioiduista taidoista. Lopullinen tutkimusryhmä koostui 175 lapsesta (90 poikaa ja 85 tyttöä). Osallistujien keskimääräinen ikä syyskuussa oli 7 v 2 kk (kh = 3,7 kk, vaihteluväli 81–101 kk). Kaikilta tutkimukseen osallistuvien kuntien opetustoimilta sekä lasten huoltajilta oli lupa tutkimukseen osallistumisesta.

Lasten vanhemmilta kysyttiin lapsen mukana kotiin lähetetyn lomakkeen avulla kotikieli ja vanhempien koulutustausta. Kyselyn vastausprosentti vaihteli 76:n ja 80 prosentin välillä kussakin taustatiedossa. Suurin osa lapsista puhui kotikielensä suomea (91,4 %). Muutamissa perheissä puhuttiin kotikielensä viroa, venäjää, somalia, albaniaa, thaita tai bulgariaa. Vanhempien koulutustausta sukupuolen mukaan jaettiin kolmeen luokkaan seuraavasti: äideillä peruskoulu oli korkein koulutus 8,1 %:lla, toisen asteen koulutus 40,4 %:lla ja

ylempi korkeakoulutus 51,5 %:lla vastaajista. Isillä vastaavat osuudet olivat 8,3 %, 48,9 % ja 42,9 %. Vuonna 2011 koko Suomen 35–44-vuotiaista 14,4 %:lla peruskoulutus oli korkein tutkinto, 41,4 %:lla toisen asteen tutkinto ja 44,2 %:lla ylempi korkeakoulututkinto (Suomen virallinen tilasto, 2013). Näin ollen tutkimuksemme lasten vanhempien koulutustausta jakautui samansuuntaisesti kuin koko maassa, vaikkakin korkeasti koulutettuja vanhempia oli tässä aineistossa enemmän.

### Heikon osaamisen rajan määrittely

Aiemmissä tutkimuksissa on matematiikan osaamisen heikon rajan määrittelyssä käytetty yleisesti alinta 15.–25. persenttiiliä tai suoritusta, joka jää 1–1,5 keskihajonnan alle keskiarvosta (Fuchs & Fuchs, 2006; Mazzocco, 2007). Niiden lasten, jotka saavat tämän asetetun rajan alapuolelle sijoittuvan pistemäärän, voidaan katsoa kuuluvan riskiryhmään matemaattisten taitojen oppimisessa. Tässä tutkimuksessa käytettiin 1,5 keskihajonnan rajaa.

Matematiikan perustehtävien (ks. Arviointivälineet) osaamisen perusteella muodostettiin kaksi alaryhmää. Heikotryhmän muodostivat ne lapset ( $n = 19$ ), joiden pistemäärä jäi matematiikan perustehtävien keskiarvosta 1,5 keskihajonnan mitan alle (10,9 % aineistosta, pistemäärä 0–12 p.). Toiseen alaryhmään, joka nimettiin tavanomaisesti osaaviksi lapsiksi, kuuluivat loput lapset ( $n = 156$ ). Tähän ryhmään kuului myös erittäin taitavia lapsia, mutta yksinkertaistamisen takia tästä ryhmästä käytetään tässä nimeä tavanomaisesti osaavat.

### Arviointivälineet

Tutkimuksessa kerättiin tietoa matematiikan, ajattelun taitojen (induktiivinen päättely) ja kielellisten taitojen (tekninen lukutaito ja kuullun ymmärtäminen) osaa-

misesta. Tässä artikkelissa keskitytään vain matematiikan osaamisen tarkasteluun.

Matematiikan taitojen arvioinnissa käytettiin Matematiikan arviointitehtävistöä ensimmäiselle luokalle (Aunio & Mononen, 2012). Arviointitehtävistön tehtävätyypit ja osiot valittiin teorialähtöisesti ikätasoon sovellettuna (Aunio, 2008; www.lukimat.fi/taitojen\_kehitys). Tehtävät mittaavat keskeisiä matematiikan taitoja lukualueella 1–100: matemaattisia suhdetaitoja (lukujen vertailu, 10 osiota), sanallisia yhteen- ja vähennyslaskuja (6 osiota), laskemisen taitoja (lukujonot eteen- ja taaksepäin, 16 osiota, lukumäärä–symboli-vastaavuus, 10 osiota) sekä aritmeettisiä taitoja (yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuutta lukualueella 1–20, molemmissa 40 osiota). (Ks. tehtäväesimerkit liitteestä 1.)

Tehtävistö on kynä-paperiversio, jossa arvioija ohjeistaa jokaisen tehtäväkokonaisuuden ja jossa edetään yksi tehtäväkokonaisuus kerrallaan. Tehtävistön tekemiseen ohjeistuksineen kuluu aikaa noin 40 minuuttia. Vain yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuustehtävissä on aikaraja (2 minuuttia molemmissa). Jokaisesta oikein ratkaistusta osiosta saa yhden pisteen ja tyhjäksi jätetystä tai väärin ratkaistusta osiosta nolla pistettä. Luvun rotaatiota (lapsi kirjoittaa luvun peilikuvana) ei katsota virheeksi. Numeroiden reversaatio luvussa eli paikkojen vaihto (esim. 31 merkitään 13:ksi) katsotaan virheelliseksi vastaukseksi. Perustehtävien (matemaattisten suhde- ja laskemisen taitojen sekä sanallisten tehtävien) maksimipistemäärä on 42 pistettä ja yhteen- ja vähennyslaskuissa molemmissa 40 pistettä.

Aineiston reliabiliteetit (Cronbachin alfa,  $\alpha$ ) osoittautuivat riittäviksi: matemaattiset suhdetaidot  $\alpha = .65$ , laskemisen taidot  $\alpha = .90$ , sanalliset tehtävät  $\alpha = .69$ , kaikki perustehtävät  $\alpha = .91$ , yhteenlaskun sujuvuus  $\alpha = .93$  ja vähennyslaskun suju-

vuus  $\alpha = .93$ . Taulukossa 1 on kuvattu kunkin osa-alueen osaamisprosentit, joiden avulla eri osa-alueiden vaikeutta voidaan verrata toisiinsa. Matematiikan arviointitehtävistön eri osa-alueiden osiokohtaiset oikeellisuusprosentit sekä osioiden korrelaatiot osa-alueensa summapistemäärään ja kaikkien perustehtävien summapistemäärään ovat liitteessä 2. Osion oikeellisuusprosentti kertoo, kuinka moni lapsista osasi ratkaista kyseisen tehtävän oikein. Oikeellisuusprosentti kertoo myös osion vaikeustasosta, niin että niiden vaikeusastetta voidaan verrata keskenään. Mitä korkeampi oikeellisuusprosentti on, sitä helpompi tehtävä on ollut ratkaista.

Lukuun ottamatta osiota 6 (valitse suurin luku lukualueella 1–10), kaikki osiot korreloivat tilastollisesti merkitsevästi oman osa-alueensa summapistemäärään. Kunkin osa-alueen osioiden voitiin siis katsoa mittaavan saman osa-alueen sisältöä. Koska matematiikan eri osataidot ovat usein osittain päällekkäisiä toistensa kanssa (eli yhtä osataittoa voidaan tarvita toisessa taidossa), oli odotettua, että kukin osio korreloi tilastollisesti merkitsevästi myös perustehtävien summapistemäärään. Osio 6 pidettiin mukana analyysissä, koska se korreloi perustehtävien koko summapistemäärään eikä sen poistaminen olisi nostanut alfan arvoa perustehtävien osalta kuin tuhannesosan.

### **Arvioinnin kulku**

Lasten taitojen arviointiin osallistui sekä opettajia ( $n = 3$ ) että tutkimushankkeen tutkijoita ( $n = 3$ ). Ennen arviointia opettajat osallistuivat koulutuspäivään, jossa tutkimushankkeen tutkijat kouluttivat opettajat käyttämään arviointivälineitä. Opettajat ja tutkijat teettivät arviointitehtävät kouluilla annettujen ohjeiden mukaan syyskuussa. Yhtä lasta arvioi vain joko opettaja tai tutkija. Kaikki arviointitehtävät tehtiin

ryhmätilanteessa luokissa. Arviointitehtäviin kului aikaa kolme tuntia, joista yksi tunti käytettiin matematiikan, yksi ajattelun taitojen ja yksi kielellisten taitojen arviointiin. Arvioinnit tehtiin kolmena eri päivänä. Opettajat lähettivät testipaperit tutkimusryhmälle pisteytettäväksi.

### **Tulosten analysointi**

Aineistoa analysoitiin tilastollisin menetelmin (SPSS ja AMOS). Koko ryhmän sekä alaryhmien (heikot ja tavanomaiset) osaamista tarkasteltiin eri matematiikan osa-alueilla laskemalla osiokohtaiset oikeellisuusprosentit kullekin ryhmälle. Lisäksi ryhmien osaamista kuvattiin osaluueittain keskiarvojen, keskihajontojen ja oikeellisuusprosenttien avulla. Iän, sukupuolen, vanhempien koulutustaustan ja matematiikan osa-alueiden välisiä yhteyksiä analysoitiin rakenneyhtälömallilla, joka toteutettiin AMOS-ohjelmistolla. Otoskoon pienen ja matematiikan osaamisen osa-aluekohtaisten jakaumatarkastelujen perusteella (osa ei täyttänyt normaalijakauman oletusta) rakenneyhtälömallin luotettavuutta tarkasteltiin lisäksi bootstrap-menetelmällä. Heikot-ryhmän ja tavanomaisesti osaavien ryhmän taustamuuttujia (ikä, sukupuoli, vanhempien koulutustausta, kieli) verrattiin Pearsonin khiin neliö -testillä ja t-testillä.

### **TULOKSET**

#### **Tilastolliset kuvaukset**

Koska sekä opettajat että tutkijat arvioivat lasten taitoja, katsottiin matematiikan perustehtävien osalta riippumattomien otosten t-testillä, oliko tällä yhteyttä lasten saamiin tuloksiin. Yhtä lasta arvioi vain joko opettaja tai tutkija. Sillä, arvioiko opettaja vai tutkija lasten taitoja, ei ollut tilastollisesti merkitsevää vaikutusta lasten tulok-

siin. Aineiston jakautumista normaalisti tarkasteltiin Kolmogorovin–Smirnovin testillä. Matematiikan perustehtävien jakauma oli normaali, mutta osa-alueista vain laskemisen taidot -osa-alue jakautui normaalisti. Tarkasteltaessa jakaumien vinoutta kaikki osa-alueet olivat hyväksytyin rajoissa ( $-0,5 < x < 0,5$ ), lukuun ottamatta vähennyslaskun sujuvuutta. Vähennyslaskun jakauma oli poikkeavan vino (0,76), koska 42 % lapsista ei osannut ratkaista tämän osa-alueen tehtäviä kouluvuoden alussa.

### Matematiikan osaaminen ensimmäisen luokan alussa: koko ryhmän tarkastelu

Matemaattiset suhdetaidot näytti olevan muita osa-alueita helpompi (taulukko 1). Matemaattisten suhdetaitojen tehtävissä pienimmän luvun kolmesta luvusta luku-alueella 1–90 osasi valita 62–98 % lapsista ja suurimman luvun samalla lukualueella 52–98 %. Sanallisissa tehtävissä osa lapsista (9 %) ei saanut ratkaistua yhtään laskua oikein, kun taas osa lapsista (7 %) sai tehtävistä täydet pisteet. Näissä tehtä-

Taulukko 1. Koko ryhmän ja alaryhmien suoriutuminen matematiikan arviointitehtävistä.

Mitattava taito	Ryhmä <sup>b)</sup>	Minimi- ja maksimiarvot (min. / maks.)	ka	(kh)	Oikeellisuus %
<b>Matematiikka</b>					
Matemaattiset suhdetaidot (maks. 10 p.)	1	3 / 10	7,30	(1,92)	73,1
	2	3 / 7	5,11	(1,20)	50,9
	3	4 / 10	7,56	(1,82)	75,5
Laskemisen taidot (maks. 26 p.)	1	1 / 26	13,34	(5,74)	51,3
	2	1 / 8	3,95	1,93	15,2
	3	5 / 26	14,49	(4,95)	55,7
Sanalliset tehtävät (maks. 6 p.)	1	0 / 6	3,05	(1,61)	50,8
	2	0 / 4	1,16	(1,34)	19,3
	3	0 / 6	3,28	(1,49)	54,7
Kaikki perustehtävät <sup>a)</sup> (maks. 42 p.)	1	6 / 41	23,69	(8,07)	55,5
	2	6 / 12	10,21	(2,10)	24,3
	3	13 / 41	25,33	(6,90)	60,3
Yhteenlasku (maks. 40 p.)	1	0 / 32	10,61	(6,20)	26,6
	2	0 / 15	5,79	(3,98)	14,5
	3	0 / 32	11,20	(6,17)	28,0
Vähennyslasku (maks. 40 p.)	1	0 / 22	5,23	(5,92)	13,1
	2	0 / 14	1,74	(3,57)	4,4
	3	0 / 22	5,66	(6,01)	14,1

a) kaikki perustehtävät = matemaattiset suhdetaidot, laskemisen taidot ja sanalliset tehtävät

b) 1 = kaikki (n = 175), 2 = heikot (n = 19), 3 = tavanomaisesti osaavat (n = 156)



vissä noin 80 % lapsista osasi lisäämisen ja vähentämisen lukualueella 0–10. Kun lukualue kasvoi (10–20) ja tehtävätyyppi vaihtui monimutkaisemmaksi (esim. vertailu- tai osa-kokonaisuustehtävä) myös oikeiden vastausten määrä väheni (esim. Samilla on 13 karkkia. Kymmenen niistä on salmiakkikarkkeja ja loput hedelmäkarkkeja. Kuinka monta hedelmäkarkkia Samilla on?).

Laskemisen osa-alueella hajonta osaamisessa oli myös melko suurta: noin 10 % lapsista sai alle kuusi pistettä (maksimipistemäärä 26), kun taas muutamat lapset ylsivät täysiin pisteisiin. Lukujonon seuraavan luvun lukualueella 1–30 eteenpäin osasi merkitä 59–95 % lapsista ja taaksepäin samalla lukualueella 51–75 % lapsista. Lukujonot hyppäyksittäin kahden ja viiden välein olivat vaikeimpia tehtäviä. Lukumäärä–numerosymboli-vastaavuuden (kun tehtävässä piti merkitä piirrettyjen esineiden lukumäärä numerosymboleilla tai värittää lukua vastaava määrä palloja) lukualueella 1–20 osasi 75–86 % lapsista. Lähes kolmannes lapsista osasi myös ratkaista oikein vastaavuustehtäviä, kun lukumäärä tai luku sijoittui lähelle viittäkymmentä. Lapset osasivat laskea yhteenlaskuja vähennyslaskuja paremmin: keskimäärin 11 yhteenlaskua kahdessa minuutissa ja keskimäärin 5 vähennyslaskua kahdessa minuutissa. Hajonta yhteen- ja vähennyslaskujen osaamisessa oli suurta. Yhteenlaskuja ei osannut lainkaan 8 % lapsista eikä vähennyslaskuja 42 %. Toisaalta pieni joukko lapsia (6 %) osasi jo laskea yhteenlaskuja melko sujuvasti (vähintään 20 laskua kahdessa minuutissa).

### **län, sukupuolen ja vanhempien koulutustaustan yhteys matematiikan osaamiseen osa-alueittain**

Matemaattisen osaamisen osataitojen välisen yhteyksien ja niihin yhteydessä olevien

taustamuuttujien kuvaamiseen käytimme rakenneyhtälömallia. Rakenneyhtälömallissa teoreettista mallia testataan kerätyn aineiston avulla muodostuvaan malliin. Tässä tutkimuksessa alkutilanteessa oli mukana neljä selittävää muuttujaa: lapsen sukupuoli, lapsen ikä, lapsen äidin koulutustausta ja lapsen isän koulutustausta. Selitettävänä muuttujina olivat mitatut matematiikan osa-alueet.

Yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuuden osa-alueista muodostettiin latentti-muuttuja (aritmeettiset taidot), jota kuvaa mallissa ellipsi. Mallin ensimmäisessä versiossa selittävästä muuttujasta estimoituihin yhteydet kaikkiin selitettäviin muuttujiin. Poistamalla mallista askeleittain tilastollisesti ei-merkitsevät ( $p > .05$ ) yhteydet päädyttiin kuviossa 1 olevaan malliin. Kuviossa 1 esitettyjen yksisuuntaisten nuolien vieressä esitetään standardoidut kertoimet (vastaavat beta-kertoimia tavanomaisessa regressioanalyysissä). Kyseinen kerroin kertoo, kuinka paljon selitettävän muuttujan arvo muuttuu, kun selittävä muuttuja kasvaa yhden yksikön verran. Epäsuora efekti tarkoittaa sitä, että kyseinen muuttuja selittää selitettävää muuttujaa mallissa olevan toisen muuttujan kautta. Selitettävän muuttujan kokonaisefekti selitettävään muuttujaan saadaan laskemalla suorat ja epäsuorat efektit yhteen. Mallin epäsuorat efektit laskettiin kertomalla mallissa olevat suorat vaikutukset keskenään.

Taustamuuttujista iällä (kk) oli suora yhteys matemaattisiin suhdetaitoihin sekä epäsuoria yhteyksiä ( $.05-.09$ ,  $p < .05$ ) matemaattisten suhdetaitojen kautta kaikkiin muihin matematiikan osa-alueisiin. Sukupuolella (miinus kertoimen edessä tarkoittaa poikien korkeampia arvoja) oli suora yhteys matemaattisiin suhdetaitoihin ja epäsuoria yhteyksiä ( $p < .01$ ) matemaattisten suhdetaitojen kautta laskemisen taitoihin ( $-.19$ ) ja sanallisiin yhteen- ja

vähennyslaskutehtäviin (-.19) sekä matemaattisten suhdetaitojen ja laskemisen taitojen kautta aritmeettisiin taitoihin (-.13).

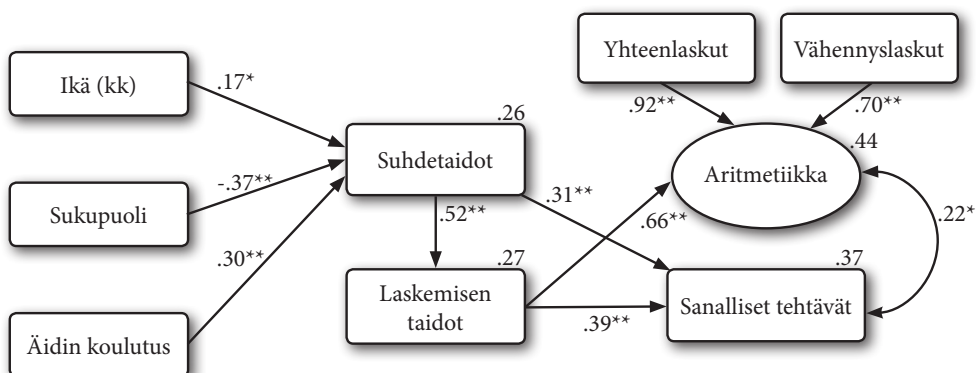
Isän koulutustaustalla ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä matemaattiseen osaamiseen, joten se on jätetty pois kuvioista. Sen sijaan äidin koulutustaustalla oli positiivinen suora yhteys matemaattisiin suhdetaitoihin ja epäsuoria yhteyksiä ( $p < .01$ ) matemaattisten suhdetaitojen kautta laskemisen taitoihin (.16) ja sanallisiin yhteen- ja vähennyslaskutehtäviin (.15) sekä matemaattisten suhdetaitojen ja laskemisen taitojen kautta aritmeettisiin taitoihin (.10). Matemaattisista osataidoista matemaattisilla suhdetaidoilla oli suora efekti laskemisen taitoihin ja sanallisiin yhteen- ja vähennyslaskutehtäviin. Epäsuorasti matemaattiset suhdetaidot selittivät ( $p < .01$ ) laskemisen taitojen kautta aritmeettisiä taitoja (.34). Vastaavasti laskemisen taidot selittivät suoraan aritmeettisiä taitoja ja sanallisia yhteen- ja vähennyslaskutehtäviä.

Malli identifioitui ja aineisto sopi malliin hyväksyttävästi (Byrne, 2010):

Khiin neliö = 28.57,  $df = 19$ ,  $p = 0.058$ , CFI = 0.963, RMSEA = 0.064. Mallin sopivuus tarkastettiin lisäksi bootstrapmenetelmällä. Mallin hyvyttä testaava Bollen-stine bootstrapin  $p$ -arvo viidelläsadalla bootstrap-aineistolla oli 0,07, mikä tarkoittaa, että malli ei sopinut aineistoon täydellisesti ( $p > .05$ ). Samalla kuitenkin alkuperäisen mallin estimaatit sijoittuivat bootstrap-mallin estimaattien 95 %:n luottamusvälille, mitä voidaan pitää alkuperäismallia puoltavana indikaattorina (Byrne, 2010).

### Taidoiltaan heikkojen lasten matematiikan osaaminen

Heikkojen ja tavanomaisesti suoriutuviin ryhmät eivät eronneet tilastollisesti merkitsevästi toisistaan sukupuolen, iän tai vanhempien koulutustaustan suhteen. Koko ryhmää tarkasteltaessa kotikielillä (suomi vs. muu kieli) ei ollut merkitsevää yhteyttä ( $p > .05$ ) matematiikan perustehävien osaamiseen. Heikkojen ryhmässä valtaosan kotikieli oli suomi; yhden lapsen kotikieli oli somali ja yhden lapsen albania.



Huom. \* $p < .05$ ; \*\* $p < .01$ .

Kuvio 1. Iän, sukupuolen ja vanhempien koulutustaustan yhteys matematiikan osa-alueiden osaamiseen ja osa-alueiden keskinäiset yhteydet.



Tuloksia tulkitessa on kuitenkin huomioitava, että taustatietoja ei ollut käytettävissä kaikilta lapsilta. Heikkojen ryhmästä taustatiedot saatiin 13:lta lapselta (68,4 %) ja tavanomaisesti osaavien ryhmästä 124:ltä (79,5 %).

Tarkasteltaessa matematiikan eri osa-alueita (taulukko 1 ja liite 2) matemaattisissa suhdetaidoissa heikot-ryhmästä 89 % onnistui tehtävissä, joissa valittiin pienin luku lukualueella 1–20 tai suurin luku lukualueella 1–10. Kun lukualue molemmissa tehtävissä kasvoi, ryhmä suoriutui heikommin. Sama laskeva suuntaus osaamisessa oli huomattavissa myös tavanomaisesti osaavien ryhmässä.

Sanallisissa tehtävissä alle puolet heikkojen ryhmästä osasi kaksi ensimmäistä lisäämisen ja poisottamisen tehtävää lukualueella 1–10. Loput neljä tehtävää osasi vain yksi tai kaksi lasta. Laskemisen taidoissa osaaminen oli suhdetaito- ja sanallisiin tehtäviin nähden heikompaa. Tässä osa-alueessa oli myös eniten tehtäviä, joissa vastaus piti tuottaa numerosymboleilla. Parhaimmillaankin heikot-ryhmässä saatiin vain kahdeksan pistettä 26 mahdollisesta. Vertailtaessa heikkojen osaamista tavanomaisesti osaaviin prosenttiosuukseen ero eri laskemisen taitojen osioissa on huomattava. Heikot-ryhmän lapsista 53–74 % osasi merkitä lukujonon seuraavan luvun lukualueella 1–10, muissa tehtävissä osaaminen oli vähäistä. Noin kolmannes heikot-ryhmän lapsista osasi merkitä lukujonon seuraavan luvun taaksepäin lukualueella 1–5, mutta vain muutama suuremmalla lukualueella. Heikot-ryhmän lapsista 42–47 % osasi värittää lukua vastaavan määrän palloja lukualueella 1–20, kuitenkin vain 21 % lapsista osasi merkitä lukumäärän numerosymboleilla vastaavalla lukualueella. Lapset siis näyttivät tunnistavan lukuja paremmin kuin tuottavan niitä lukumäärän perusteella.

Yhteenlaskussa heikot-ryhmän lapset laskivat keskimäärin puolet siitä määrästä laskuja (ka = 5,79) kuin tavanomaisesti osaavat (ka = 11,20). Kaksi heikkojen ryhmän lapsista ei osannut vielä lainkaan yhteenlaskuja (10,5 % vs. tavanomaisesti osaavat 7,7 %) ja 13 ei vielä lainkaan vähennyslaskuja (68,4 % vs. tavanomaisesti osaavat 39,1 %).

## POHDINTA

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, millaiset matematiikan taidot ensiluokkalaissilla on koulun alkaessa. Myös sukupuolen, iän ja vanhempien koulutustaustan yhteyttä matematiikan osaamiseen tarkasteltiin. Lisäksi tutkittiin, millaisia taidoiltaan heikoimpien lasten matematiikan taidot verrattuna tavanomaisesti osaaviin lapsiin. Keskeisenä tuloksena voidaan todeta, että ensimmäisen luokan aloittavilla lapsilla on varsin hyvät matematiikan taidot koulun alkaessa. Moni lapsi osaa jo niitä matematiikan asioita, joita tullaan opettelemaan ensimmäisen luokan syksyn aikana. Taustamuuttujista iällä, sukupuolella ja äidin koulutustasolla havaittiin olevan suora yhteys vain matemaattisiin suhdetaitoihin. Lisäksi ensiluokkalaississa oli lapsia, joiden taidot olivat huomattavasti heikompia kuin tavanomaisesti osaavien lasten taidot.

### Matematiikan osaaminen

Tuloksemme aloittavien ensiluokkalaisten matematiikan osaamisesta kertovat, että esiopetusvuosi ja matemaattiset kokemukset varhaislapsuudessa ovat luoneet useimmille lapsille riittävän pohjan ensimmäisen luokan matematiikan oppimiselle. Suuri osa lapsista osaa jo kouluun tullessaan paljon niitä asioita, mitä heille opetetaan ensimmäisen lukukauden aikana. Tulokset

on samansuuntainen Australiassa tehdyn tutkimuksen kanssa (Clarke, Clarke & Cheeseman, 2006). Numerosymboleilla operoiminen oli tuttua monille lapsille koulun alkaessa. Monet käyttämistämme arviointitehtävistä vaativat numerosymbolien ja lukujen tunnistamista tai merkitsemistä. Matemaattiset suhdetaitoja mittaavat tehtävät olivat monivalintatehtäviä, mikä osittain selittänee lasten hyvää suoriutumista verrattuna muihin osa-alueisiin.

Aiempiin tutkimuksiin verrattuna (esim. Aunio ym., 2006) mittasimme suhdetaidoista vain lukujen vertailua. Lukumääriin liittyvät vertailutehtävät jätettiin pois, koska tehtävistön aiempi pilotointi osoitti niiden olevan liian helppoja tämänikäisille lapsille. Lukujen vertailu onnistui lapsilta jopa lukuun 90 asti, vaikka vertailutehtävät esiopetuksessa ja ensimmäisen luokan syyslukukaudella keskittyvät lähinnä lukumääriin ja lukuihin lukualueella 1–10 (esim. Takala & Tienhaara, 2009; Haapaniemi ym., 2006a). Näyttäisi siis siltä, että osalla lapsista oli jo tietoa lukujen kymmen- ja paikkajärjestelmästä, jota hyödyntämällä he pystyivät ratkaisemaan tehtäviä suuremmillakin luvuilla.

Rakentamassamme mallissa matemaattisilla suhdetaidoilla oli suora yhteys laskemisen taitoihin ja sanallisiin yhteen- ja vähennyslaskutehtäviin. Mitä paremmin lapsi osasi toisessa taidossa (esim. matemaattisissa suhdetaidoissa), sitä paremmin hän hallitsi myös toisen osa-alueen taidon (esim. laskemisen taidot). Näyttäisi siltä, että kun lapsilla on ymmärrys lukujen suuruudesta, se tukee heitä ratkaisemaan tehtäviä lukumäärillä ja sitä kautta helpottaa myös perusyhteen- ja vähennyslaskujen ratkaisemista. Lukujen suuruuden ymmärtäminen näyttäisi auttavan lapsia ratkaisemaan myös sanallisesti annettuja ongelmanratkaisutehtäviä, joissa tarvitaan yhteen- ja vähennyslaskutaitoja. Tulokset

viittaavat siihen, että jos lapsi pystyy mielessään arvioimaan lukujen suuruuksia, tämä auttaa häntä myös sanallisesti annetuissa ongelmanratkaisutehtävissä.

Useimmat lapset suoriutuivat lukumäärä–numerosymboli-vastaavuuden hallintaa vaativista tehtävistä hyvin lukualueella 1–20. Lukujonotehtävissä vaatimuksena oli merkitä luku numerosymboleilla. Osa lapsista olisi mahdollisesti osannut lukujonon puuttuvan luvun, jos se olisi kysytty suullisesti, mutta ei vielä osannut merkitä sitä oikein numeroilla. Tästä huolimatta lukujonot yhden välein sujuivat useimmilta hyvin. Ensimmäisen luokan aikana lukujonotaitoja olisi hyvä harjoitella monipuolisesti erilaisilla lukualueilla ja hyppäyksittäin liikkuen (esim. kahden ja viiden välein), sillä varhaiset lukujonotaidot ovat vahvasti yhteydessä myöhemmän laskutaidon (esim. yhteen- ja vähennyslaskutaidon) omaksumiseen (Koponen, Aunola, Ahonen & Nurmi, 2007; Aunio & Niemivirta, 2010). Myös mallissamme laskemisen taidoista oli suora yhteys aritmeettisiin taitoihin ja sanallisiin yhteen- ja vähennyslaskutehtäviin. Mitä paremmin lapsi hallitsi toisen osa-alueen taidot (esim. laskemisen taidot), sitä paremmin hän menestyi toisessa osa-alueessa (esim. aritmeettisissa taidoissa).

Sanallisista yhteen- ja vähennyslaskutehtävistä lisäämisen ja poisottamisen laskutehtävät lukualueella 1–10 olivat useimmille ensimmäisen luokan aloittaville lapsille helppoja. Vertailua ja osakokonaisuuden ymmärtämistä vaatineet tehtävät olivat vaikeampia. Ensimmäisellä luokalla sanallisten yhteen- ja vähennyslaskujen harjoittelun tulisi lisäämisen ja poisottamisen lisäksi sisältää erityyppisiä laskemistilanteita, kuten laskuja vertailuja ja osakokonaisuustilanteissa, jotta lapsi oppii yhdistämään yhteen- ja vähennyslaskun erilaisiin käytännön ongelmanrat-

kaisutilanteisiin (Haylock & Cockburn, 2008).

Laskusujuvuutta tarkasteltaessa havaittiin odotetusti, että laskeminen ei ollut vielä automatisoitunutta ja hajonta osaamisessa oli suurta. Yhteenlaskutaidon helppomuuden verrattuna vähennyslaskuun osoitti se, että noin 42 % lapsista ei osannut vielä lainkaan vähennyslaskuja numerosymboleilla esitettynä, kun taas vain 8 % lapsista ei osannut yhteenlaskuja lainkaan. Koska vähennyslaskujen ratkaiseminen oli vierasta suurelle osalle lapsista, vähennyslaskusujuvuuden mittaaminen ei ole perusteltua koulun alkuvaiheessa. Yhteen- ja vähennyslaskun käsitteen oppiminen ja laskujen ratkaiseminen lukualueella 1–20 ovat keskeisiä opetussisältöjä ensimmäisen luokan aikana. Sujuva yhteen- ja vähennyslaskujen operoiminen lukualueella 1–20 on kantava pohja myöhempään moninumeroisilla luvuilla laskemiseen, joten kyseisen taidon kehittämisen ja vahvistamisen tärkeyttä on vaikea korostaa liikaa ensimmäisinä kouluvuosina. Usein lapsilla, joilla on todettu matematiikan oppimisen vaikeus, on vielä myöhemminkin kouluiässä hankaluuksia juuri yhteen- ja vähennyslaskuissa lukualueella 1–20 (Geary, Hoard, Nugent & Byrd-Craven, 2007).

Vaikka suurimmalla osalla ensiluokalaisista oli hyvät valmiudet aloittaa ensimmäisen luokan matematiikan opiskelu, oli ryhmässä myös lapsia, jotka olivat selvästi muita ikätovereitaan heikompia matematiikan perustaidoissa. Heidän eronsa, tavanomaisesti osaaviin lapsiin verrattuna on huolestuttava, sillä lukumäärä-numerosymboli-vastaavuuden osaaminen sekä lukujonotehtävät ovat taitoja, joiden vahva hallinta on tärkeää myöhemmän koulumatematiikan osaamisessa. Näyttäisi siltä, että laskemisen taitoihin on syytä panostaa erityisesti ensimmäisen luokan syksyllä tai

doiltaan heikoimpien lasten kanssa. Matematiikan oppikirjoissa olevat ensimmäisen luokan syksyn opetussisällöt näyttäisivät keskittyvän juuri sellaisten taitojen harjoitteluun, jotka ovat keskeisiä taidoiltaan heikon lapsen näkökulmasta.

### **Sukupuolen, iän ja vanhempien koulutustaustan yhteys matematiikan osaamiseen**

Koko ryhmän tasolla analysoituna iällä, sukupuolella ja äidin koulutustasolla havaittiin olevan suora yhteys vain matemaattisiin suhdetaitoihin. Kun taustamuuttujien yhteyttä osaamiseen tarkasteltiin alaryhmittäin (heikot vs. tavanomaisesti osavat), ei ryhmien välillä ilmennyt tilastollisesti merkitseviä eroja. Tämä selittynee osin sillä, että alaryhmien koot (erityisesti heikot-ryhmä) jäivät liian pieniksi, jotta tilastollisesti merkitseviä eroja olisi syntynyt.

Koko ryhmän tasolla sukupuolella oli suora yhteys matemaattisiin suhdetaitoihin ja epäsuoria yhteyksiä matemaattisten suhdetaitojen kautta laskemisen taitoihin ja sanallisiin yhteen- ja vähennyslaskutehtäviin sekä aritmeettisiin taitoihin matemaattisten suhdetaitojen ja laskemisen taitojen kautta niin, että pojat suoriutuivat tyttöjä paremmin. Tulos on samansuuntainen Jordanin ja kumppanien (2006) tekemien havaintojen kanssa, mutta ristiriidassa esimerkiksi Aunion ja muiden (2006) tutkimuksen kanssa, jossa suomalaiset tytöt pärjäsivät poikia paremmin matemaattisissa suhdetaidoissa. Aunio ja Niemivirta (2010) ovat toisaalta havainneet myös, että sukupuolella ei ole ollut lainkaan suoraa yhteyttä matemaattisten taitojen osaamiseen esiopetusvuonna ja ensimmäisellä luokalla. Tutkimuskirjallisuudessa ei kuitenkaan ole raportoitu universaaleja eikä pysyviä eroja tyttöjen ja poikien matemaattisissa perustaidoissa,

vaan erot näyttäisivät enemmänkin riipuvan tutkittavista taidoista. Esimerkiksi arviointitehtävistämme matemaattisten suhdetaitojen tehtävät sisälsivät vain lukujen vertailua ja niissä operoitiin numerosymboleilla. Tämä on erityyppinen tehtävä kuin esimerkiksi Aunio ja kumppaneiden (2006) tutkimuksessa käytetyt matemaattisia suhdetaitoja arvioivat tehtävät, joissa tytöt osoittautuivat poikia taitavammiksi. Heidän käyttämänsä suhdetaitotehtävät pohjautuivat paljolti kielellisten matemaattisten suhdekäsitteiden, kuten esimerkiksi ”yhtä monta”, ”samanlainen” ja ”vähemmän”, ymmärtämiseen.

Isän koulutustaustalla ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä matemaattiseen osaamiseen, mutta äidin koulutustaustalla oli suora yhteys matemaattisten suhdetaitojen hallintaan ja epäsuoria yhteyksiä kaikkiin muihin matematiikan osa-alueisiin. Mitä korkeampi äidin koulutustausta oli, sitä paremmin lapsi menestyi matematiikassa. Tulos on yhtenevä kansainvälisen ja suomalaisen tutkimuksen kanssa siitä, että vanhempien koulutustaustalla on yhteyttä lapsen matemaattiseen osaamiseen ainakin tietyissä osa-alueissa (Jordan ym., 2006; Aunio & Niemivirta, 2010).

Tieto, että äidin koulutustaustalla oli vahva yhteys lapsen matematiikan osaamiseen, on mielenkiintoinen, sillä Suomessa perheiden väliset sosioekonomiset erot ovat varsin pieniä ja koulutusjärjestelmämme on suhteellisen tasalaatuinen verrattuna esimerkiksi Yhdysvaltoihin. Äidin koulutustaustan suoraa yhteyttä suhdetaitoihin voisi selittää se, että suhdetaitojen harjoitteluun ennen kouluikää ehkä kiinnitetään muita osa-alueita enemmän huomiota kodeissa, joissa äiti on korkeammin koulutettu. Tulos kehottaa tutkimaan lisää suomalaislasten ja heidän vanhempien vuorovaikutusta matematiikan oppimisessa. Kansainväliset tutkimukset osoittavat,

että kotona tapahtuvalla matemaattista ajattelua vaativalla toiminnalla on yhteys lasten matemaattiseen osaamiseen, ja siihen on yhteydessä myös vanhempien koulutustaso (esim. Anders ym., 2010; Kleemans ym., 2012; LeFevre ym., 2010).

Aiempaan tutkimukseen verrattuna (esim. Jordan ym., 2006; Ransdell & Hecht, 2003) iän merkitys matemaattisia taitoja selittävänä tekijänä oli odotettua pienempi, joskin sillä oli suora yhteys matemaattisten suhdetaitojen osaamiseen ja epäsuoria yhteyksiä kaikkien muiden matematiikan osa-alueiden osaamiseen. Voitaisiin olettaa, että lapsiryhmän nuorimmat olisivat ehtineet saada harjoitusta matemaattisissa taidoissa vähemmän kuin lapsiryhmän vanhemmat lapset. Pelkkä iän tarkastelu ei kuitenkaan kerro, miten paljon ja millaisia matemaattisia taitoja lapsi on päässyt harjoittelemaan varhaislapsuutensa aikana.

On huomionarvioista, että tässä tutkimuksessa saadut tulokset rajoittuvat vain tiettyjen arviointitehtävien tuloksiin. Kaikki arviointitehtävät olivat ryhmätehtäviä ja tehtiin kynä-paperitehtävinä. Jatkossa esimerkiksi lukujonotaitoja olisi mielekästä tutkia myös niin, että lapsi vastaa kysymyksiin suullisesti, jolloin lukujonotehtävyyt voivat olla myös monipuolisempia.

Tiivistäen voidaan todeta, että ensimmäisen luokan alussa opettaja kohtaa ryhmän lapsia, joilla on hyvin erilaiset valmiudet matematiikan oppimiseen. Jotta matematiikan opetus vastaisi lasten taitotason ja lapsille syntyisi ja heillä pysyisi motivaatio matematiikan oppimista kohtaan, tulisi koulujen luoda opetukseen arviointiin perustuvia eriyttämisen käytäntöjä.

Kirjoittajatiedot:

Riikka Mononen, KM, toimii tutkijakoulutettavana Helsingin yliopiston opettajakoulutuslaitoksen erityispedagogiikan koulutuksessa ja Ajatellaan-hankkeessa.

Pirjo Aunio, KT, toimii professorina Helsingin yliopiston opettajakoulutuslaitoksen erityispedagogiikan koulutuksessa ja johtajana Ajatellaan-hankkeessa.

Risto Hotulainen, FT, toimii apulaisprofessorina Helsingin yliopiston opettajakoulutuslaitoksessa ja tutkijana Ajatellaan-hankkeessa.

Ritva Ketonen, FT, toimii yliopistonlehtorina Helsingin yliopiston opettajakoulutuslaitoksen erityispedagogiikan koulutuksessa.

#### Kiitokset:

Tutkimus on osa opetus- ja kulttuuriministeriön rahoittamaa Ajatellaan-hanketta. Kiitämme tutkimukseen osallistuneita opettajia ja oppilaita sekä Janna Linnansaarta (FM) ja tutkimusavustaja Siri Leijoa.

## LÄHTEET

- Anders, Y., Rossbach, H.-G., Weinert, S., Ebert, S., Kuger, S., Lehl, S. & von Maurice, J. (2012). Home and preschool learning environments and their relations to the development of early numeracy skills. *Early Childhood Research Quarterly*, 27, 231–244.
- Aubrey, C., Dahl, S. & Godfrey, R. (2006). Early mathematics development and later achievement: Further evidence. *Mathematics Education Research Journal*, 18, 27–46.
- Aunio, P. (2008). Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. *NMI-Bulletin*, 18(4) 63–74.
- Aunio, P., Hautamäki, J., Heiskari, P. & van Luit, J.E.H. (2006). The Early Numeracy Test in Finnish: Children's Norms. *Scandinavian Journal of Psychology*, 47, 369–378.
- Aunio, P. & Mononen, R. (2012). Matematiikan arviointitehtävistä ensimmäiselle luokalle. Julkaisematon.
- Aunio, P. & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20, 427–435.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkänen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96, 699–713.
- Boardman, M. (2006). The impact of age and gender on prep children's academic achievements. *Australian Journal of Early Childhood*, 31, 1–6.
- Byrne, B.M. 2010. *Structural Equation Modeling with AMOS. Basic Concepts, Applications, and Programming* (2. painos). New York: Routledge.
- Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Clarke, B., Clarke, D. & Cheeseman, J. (2006). The mathematical knowledge and understanding young children bring to school. *Mathematics Education Research Journal*, 18, 78–102.
- Dowker, A. (2008). Individual differences in numerical abilities in preschoolers. *Developmental Science*, 11, 650–654.
- Fuchs, D. & Fuchs, L.S. (2006). Responsiveness-to-intervention: A blueprint for practitioners, policymakers, and parents. *Teaching Exceptional Children*, 38, 57–61.
- Geary, D.C., Hoard, M.K., Nugent, L. & Byrd-Craven, J. (2007). Strategy use, long-term memory, and working memory capacity. Teoksessa D.B. Berch and M.M.M. Mazzocco (toim.), *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities*, 83–105. Baltimore, MD: Brookes.
- Haapaniemi, S., Mörsky, S., Tikkanen, A., Vehmas, P. & Voima, J. (2006a). *Tuhattaituri 1a*. Helsinki: Otava.
- Haapaniemi, S., Mörsky, S., Tikkanen, A., Vehmas, P. & Voima, J. (2006b). *Tuhattaituri 1b*. Helsinki: Otava.
- Haylock, D. & Cockburn, A. (2008). *Understanding mathematics for young children. A guide for foundation stage and lower primary teachers*. Lontoo: SAGE.
- Jordan, N.C., Kaplan, D., Locuniak, M.N. & Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22, 36–46.

- Jordan, N.C., Kaplan, D., Oláh, L. & Locuniak, M. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development*, 77, 153–175.
- Kleemans, T., Peeters, M., Segers, E. & Verhoeven, L. (2012). Child and home predictors of early numeracy skills in kindergarten. *Early Childhood Research Quarterly*, 27, 471–477.
- Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T. & Nurmi, J.-E. (2007). Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology*, 97(3), 220–241.
- LeFevre, J.-A., Polyzoi, E., Skwarchuk, S.-L., Fast, L. & Sowinski, C. (2010). Do home numeracy and literacy practices of Greek and Canadian parents predict the numeracy skills of kindergarten children? *International Journal of Early Years Education*, 18(1), 55–70.
- Lukimat-verkkopalvelu. [www.lukimat.fi](http://www.lukimat.fi).
- Mazzocco, M.M.M. (2007). Defining and differentiating mathematical learning disabilities and difficulties. Teoksessa D.B. Berch & M.M.M. Mazzocco (toim.), *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities*, 29–47. Baltimore, MD: Brookes.
- Morgan, P.L., Farkas, G. & Wu, Q. (2009). Five-year growth trajectories of kindergarten children with learning difficulties in mathematics. *Journal of Learning Disabilities*, 42, 306–321.
- Opetushallitus (2004). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet*.
- Opetushallitus (2010). *Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet*.
- Ransdell, S. & Hecht, S. (2003). Time and resource limits on working memory: Cross-age consistency in counting span performance. *Journal of Experimental Child Psychology*, 86, 303–313.
- Rittle-Johnson, B. & Siegler, R. (1998). The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics. Teoksessa C. Donlan (toim.), *The development of mathematical skills*, 75–109. Hove, UK: Psychology Press.
- Sarama, J. & Clements, D.H. (2009). *Early childhood mathematics education research. Learning trajectories for young children*. New York, NY: Routledge.
- Suomen virallinen tilasto (SVT): Väestön koulutusrakenne [verkkójulkaisu ISSN = 1799-4586. 2011. Helsinki: Tilastokeskus [viitattu: 19.8.2013]. [http://www.stat.fi/til/vkour/2011/vkour\\_2011\\_2012-12-04\\_tie\\_001\\_fi.html](http://www.stat.fi/til/vkour/2011/vkour_2011_2012-12-04_tie_001_fi.html).
- Takala, O. & Tienhaara, M. (2009). *Eskarin Matikka*. Helsinki: Sanoma Pro.



**Matemaattiset suhdetaidot:**

- Näkyvillä on kolme lukua. Lapsi rastittaa ohjeen mukaan pienimmän (5 osiota) tai suurimman luvun (5 osiota). Lukualue 1–130. Esim. 2, 5, 4.

**Sanalliset yhteen- ja vähennyslaskut:**

- Arvioitsija kertoo laskutarinan ja merkkää tarinassa esiintyvät luvut taululle. Laskut ovat yhteen- ja vähennyslaskuja lukualueella 1–20 (6 osiota). Esim. ”Antilla on 10 karkkia. Hän antaa niistä Jussille 6. Kuinka monta karkkia Antilla on nyt?”

**Laskemisen taidot:**

- Lukujonotehtäviä eteen- (8 osiota) ja taaksepäin (8 osiota) lukualueella 1–80. Tehtävässä on kaksi lukua vierekkäin. Lapsi merkkää lukujonon seuraavan luvun. Esim. 13, 14, \_\_\_ tai 14, 12, \_\_\_.
- Lukumäärä-symboli –vastaavuus tehtäviä (10 osiota) lukualueella 1–80. Tehtävässä on ryhmitelty palloja ja lapsen tulee merkata lukumäärää vastaava luku, tai tehtävässä on merkattu luku jota vastaava määrä palloja lapsen tulee värittää.

**Yhteenlaskut:**

- Tehtävässä on 40 yhteenlaskua luvuilla 1–10. Lapsen tulee ratkaista niin monta laskua kuin ehtii kahdessa minuutissa. Kaksikymmentä ensimmäistä laskua on lukualueelta 1–10, eivätkä vaadi kymmenylitystä.

**Vähennyslaskut:**

- Tehtävässä on 40 vähennyslaskua luvuilla 1–20. Lapsen tulee ratkaista niin monta laskua kuin ehtii kahdessa minuutissa. Kaksikymmentä ensimmäistä laskua on lukualueelta 1–10, eivätkä vaadi kymmenylitystä.

**LIITE 2. Matematiikan arviointitehtävistä eri osa-alueiden osiokohtaiset oikeellisuusprosentit koko ryhmän ja alaryhmien osalta sekä osioiden korrelaatiot osa-alueensa summapistemäärän ja kaikkien perustehtävien summapistemäärään.**

Osio osa-alueittain	Oikeellisuusprosentti			Korrelaatio (r)	
	koko ryhmä (n = 175)	alaryhmä heikot (n = 19)	alaryhmä tavanomaiset (n = 156)	osa-alueen sumpiste- määrään	kaikkien perustehtävien sumpiste- määrään <sup>c)</sup>
<b>Matemaattiset suhdetaidot <sup>a)</sup></b>					
1	98	89	99	0,26**	0,18*
2	98	89	99	0,20**	0,19*
3	83	47	87	0,56**	0,46**
4	62	42	64	0,56**	0,44**
5	35	11	38	0,58**	0,41**
6	98	89	99	0,14	0,16*
7	87	58	90	0,53**	0,43**
8	84	47	88	0,56**	0,48**
9	52	16	56	0,76**	0,57**
10	34	21	35	0,63**	0,34**
<b>Sanalliset tehtävät</b>					
11	79	37	84	0,54**	0,33**
12	82	47	86	0,58**	0,34**
13	49	11	54	0,70**	0,56**
14	44	5	49	0,61**	0,48**
15	30	11	32	0,61**	0,42**
16	21	5	23	0,56**	0,39**
<b>Laskemisen taidot <sup>b)</sup></b>					
17	95	74	98	0,26**	0,25**
18	90	53	94	0,36**	0,35**
19	85	37	90	0,41**	0,44**
20	70	5	78	0,59**	0,64**
21	59	5	66	0,64**	0,68**
22	19	5	21	0,55**	0,52**
23	15	0	17	0,55**	0,51**
24	12	0	13	0,52**	0,50**
25	75	32	80	0,54**	0,47**
26	68	11	75	0,59**	0,53**
27	64	11	71	0,60**	0,52**
28	51	0	57	0,70**	0,68**
29	37	0	41	0,60**	0,56**
30	11	0	13	0,59**	0,56**
31	14	0	16	0,60**	0,57**
32	10	0	12	0,56**	0,53**
33	81	21	88	0,50**	0,49**
34	75	21	82	0,48**	0,49**
35	57	5	63	0,59**	0,60**
36	42	5	47	0,60**	0,59**
37	30	0	34	0,57**	0,57**
38	25	5	28	0,57**	0,58**
39	86	47	90	0,34**	0,27**
40	80	42	85	0,42**	0,36**
41	54	5	60	0,52**	0,47**
42	28	11	30	0,42**	0,39**

<sup>a)</sup> Matemaattiset suhdetaidot osiot 1-5: valitse suurin luku, osiot 6-10: valitse pienin luku, <sup>b)</sup> Laskemisen taidot osiot 17-24: lukujonot eteenpäin, osiot 25-32: lukujonot taaksepäin, osiot 33-38: lukumäärä-symboli -vastaavuus, osiot 39-42: symboli-lukumäärä -vastaavuus, <sup>c)</sup> perustehtävät koostuvat suhdetaitojen, sanallisten yhteen- ja vähennyslaskujen sekä laskemisen taidon tehtävistä.

\* p < .05

\*\* p < .01