

Minna Kyttälä

Matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten ja nuorten visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet

Artikkeli perustuu väitöskirjaani (Kyttälä, 2008b) ”Visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien yhteys (esi)matemaattisiin taitoihin ja merkitys osana matemaattisilta taidoiltaan heikkojen yksilöiden kognitiivista profilia”.

Tämän itsenäisistä osatutkimuksista koostuvan tutkimussarjan tavoitteena on täydentää kuvaa matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten ja nuorten tiedonkäsittelyvalmiuksista. Siinä tarkastellaan, ovatko visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen. Tutkimussarjan tulokset osoittavat, että kyky säilyttää ja käsitellä hetkellisesti visuaalis-spatiaalista informaatiota on yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen sekä alle kouluikässä että yläkouluikässä. Matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten ja nuorten visuaalis-spatiaalisten työmuistiresurssien heikkoudet rajoittuvat kuitenkin tietyntyyppisissä muistitehtävissä vaadittaviin valmiuksiin; kaikissa visuaalis-spatiaalisen työmuistin valmiuksissa mittaavissa tehtävissä suoriutuminen ei ole yhteydessä matemaattisiin taitoihin.

Työmuistivalmiuksissa ilmenevät erot sekä alle kouluikäisten että kouluikäisten matemaattisilta taidoiltaan heikkojen ja normaalisuoriutujien välillä ovat jossain määrin yhteydessä kielellisiin taitoihin. Se viittaa vaikeuksien tietynlaiseen kasautumiseen: niillä matemaattisesti heikoilla, joilla on myös kielellisiä vaikeuksia, on keskimäärin laajemmat työmuistiheikkoudet. Osalla matematiikassa heikosti suoriutuvista on näin ollen selvästi keskimääräistä heikommat visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet, ja tämä heikkous saattaa olla yksi mahdollinen syy tai lisävaikeuksien lähde heikon matemaattisen suoriutumisen taustalla.

Asiasanat: työmuisti, visuaalis-spatiaalinen työmuisti, matemaattiset oppimisvaikeudet.

JOHDANTO

Matemaattisten taitoihin ja niiden kehittymiseen vaikuttavat osaltaan yleiset tiedonkäsittelytaidot. Niitä tutkimalla pyritään ymmärtämään paremmin matemaattisissa

taidoissa ilmeneviä yksilöllisiä eroja ja toisaalta halutaan etsiä tapoja vastata erojen aiheuttamiin oppimisen haasteisiin. Tiedonkäsittelyvalmiudet vaikuttavat tietorakenteiden ja motivaation ohella keskeisesti oppimiseen. Muisti on olennainen osa tiedonkäsittelyjärjestelmää. Käsitteenä se viittaa kykyyn säilyttää tietoa, ja tiedon säilyttäminen puolestaan liittyy olennaisesti oppimiseen (Saarinen, Ruoppila & Korhonen, 1991, 72, 75).

Muisti on kuitenkin muutakin kuin pitkäkestoista tiedon varastointia. ”Työmuisti” käsitteenä tarkoittaa joukkoa erilaisia, aktiivisuudeltaan vaihtelevia, lyhytkestoisia tiedon varastointi- ja käsittelytoimintoja. Se ei ole yksittäinen paikka aivoissa vaan pikemminkin tiettyjen aivoalueiden yhteistyöskentelyn tulos (ks. Miyake & Shah, 1999b) ja luonteva osa muuta muisti- ja kognitiivista järjestelmää. Työmuistimalleja on useita (ks. esim. Miyake & Shah, 1999a), ja huolimatta siitä, että malleissa painotetaan eri toimintoja, niissä on myös yhteisiä piirteitä. Työmuisti ei mallien mukaan ole pelkkä lyhytaikainen varasto vaan pikemminkin sarja osittain toisistaan riippuvia, monipuolisia tiedonkäsittelytoimintoja, joihin sisältyy varastoinnin lisäksi myös vaativampia prosessointitoimintoja, kuten toimintastrategioiden valinta ja tarkkaavaisuuden suunnittaminen.

Työmuistin ajatellaan olevan tiedon vastaanottaja, käsittelijä ja lyhytkestoinen varastoija (Baddeley, 1986, 1997). Se on siis aktiivinen tiedonkäsittelijä, joka pitää sisällään sen tiedon, jota me tarvitsemme meneillään olevien kognitiivisten tehtävien suorittamiseen; samalla se huolehtii myös varastoimansa tiedon prosessoinnista. Kapasiteetin rajallisuus on kuitenkin yksi työmuistin keskeinen ominaisuus (Alvarez & Cavanagh, 2004; Halford, Cowan & Andrews, 2007). Sinne ei mahdu ker-

rallaan kaikki saatavissa oleva eikä välttämättä edes kaikki tietyn tehtävän kannalta olennainen informaatio. Itse asiassa sekä saatavilla oleva informaatio että toisaalta työmuistin suorittama varastointi ja tiedon prosessointi kilpailevat samoista rajallisista resursseista. Käytännössä tämä tarkoittaa esimerkiksi sitä, että jos työmuistissa on jo informaatiota prosessoituna ja varastoituna, sinne ei välttämättä mahdu enää uutta informaatiota. Myös samanaikainen prosessointi kuormittaa työmuistitilaa ja heikentää varastokapasiteettia. Toisin sanoen varastokapasiteetti on silloin suurempi, kun yksilö voi keskittyä ainoastaan varastointiin. Työmuisti voi myös kuormittua täysin epäolennaisella tiedolla.

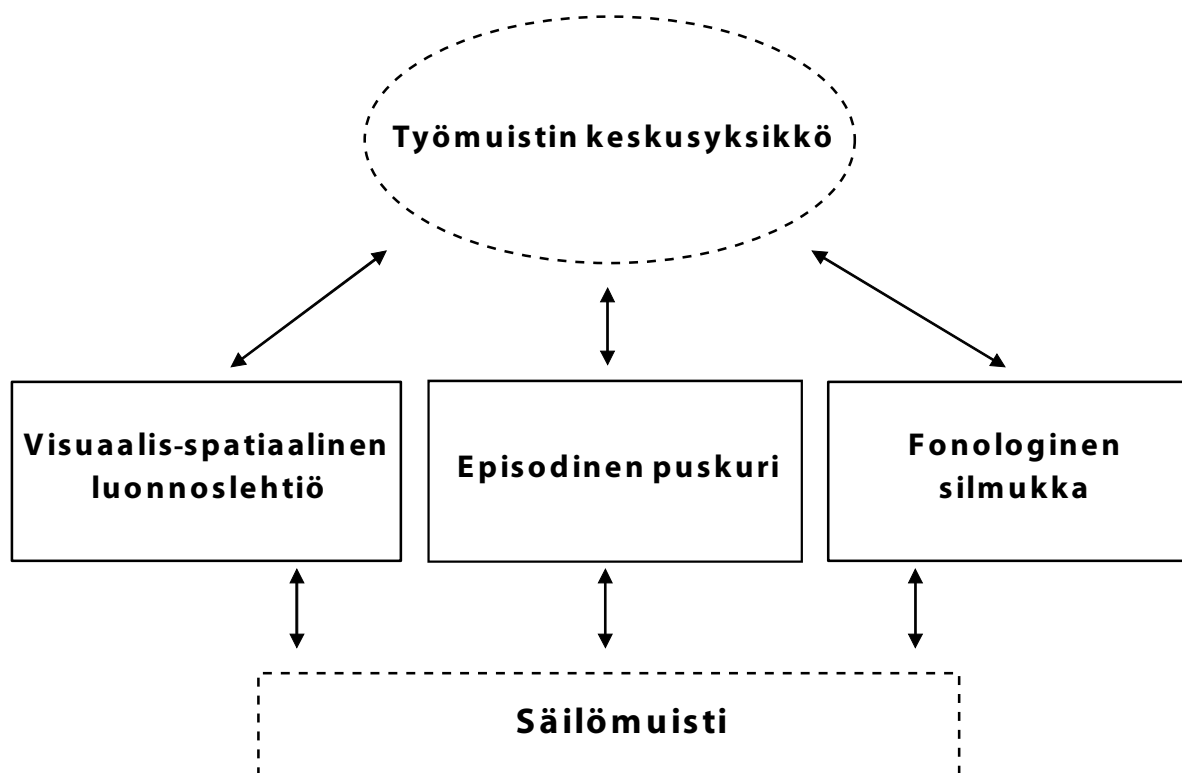
Rajallisen kapasiteettinsa vuoksi työmuistia pidetään tiedonkäsittelyn pullonkaulana. Oppimisen kannalta se on siten mielenkiintoinen ja olennainen tutkimuskohde. Sen lisäksi, että kapasiteetti on jo perusluonteeltaan rajallinen, ihmisten työmuistin tehokkuudessa on paljon eroja. Erot voivat liittyä toisaalta siihen, kuinka paljon informaatiota työmuistiin kerrallaan mahtuu, ja toisaalta siihen, kuinka hyvin ihminen pystyy jakamaan sen resursseja varastoinnin ja prosessoinnin kesken (esim. Siegel & Ryan, 1989). Työmuistitaidot kehittyvät siis yksilöllisesti ja yksilölliselle tasolle. Niitä voidaan kuitenkin myös kehittää (Turley-Ames & Whitfield, 2003). Toistaiseksi työmuistin kehittämistä koskevia tutkimuksia on kuitenkin tehty vain vähän, ja niissä on keskitytty lähinnä tyypillisestä kehityksestä selkeästi poikkeaviin erityisryhmiin, kuten esimerkiksi lapsiin, joilla on Downin oireyhtymä (Conners, Rosenquist, Arnett, Moore & Hume, 2001) tai ADHD (Klingberg, Forssberg, & Westerberg, 2002).

Baddeleyn työmuistimalli

Lyhytkestoista muistitoimintaa koskeva terminologia ei ole täysin yhteneväistä. Osa tutkijoista (esim. Daneman & Carpenter, 1980) erottaa lyhytkestoisen varastoinnin (short-term memory) ja työmuistin toisistaan. Lyhytkestoisen muistin käsite pitää sisällään passiiviset varastotoiminnot, ja aktiiviset prosessoivat toiminnot ovat ”varsinaista työmuistia”. Toiset (esim. Baddeley, 1986, 1997) taas yhdistävät nämä toiminnot saman työmuisti-käsitteen alle.

Baddeleyn kolmikomponenttimalli (1986, 1997) on eri työmuistimalleista tunnetuin ja empiirisesti testatuin tapa kuvata aktiivista lyhytkestoista muistitoimintaa (kuvio 1). Siihen kuuluu sekä passiivisia varastotoimintoja (lyhytkestoinen muisti) että aktiivisia prosessoivia ja kontrolloivia toimintoja. Se käsittää yhden toimintaa

ohjaavan yksikön eli työmuistin keskusyksikön (central executive) sekä kaksi alajärjestelmää, joita kutsutaan myös apujärjestelmiksi (slave systems): kielelliseen, auditiivis-fonologiseen ainekseen erikoistuneeseen fonologiseen silmukan (phonological loop) ja visuaalisen ja avaruudellisen aineksen käsittelyyn erikoistuneeseen visuaalispataalisen luonnoslehtiön (visuo-spatial sketchpad). Mallin mukaan siis erityyppistä informaatiota varastoidaan ja mahdollisesti myös käsitellään eri työmuistiyksiköissä. Myöhemmin Baddeley (2000) on täydentänyt mallia yhdellä uudella komponentilla, episodisella puskurilla (episodic buffer), jonka oletetaan mm. yhdistävän informaatiota apujärjestelmien ja säilömuistin välillä. Sen toimintatapaa tunnetaan kuitenkin vielä sangen heikosti.



Kuvio 1. Baddeleyn (1986, 1997, 2000) työmuistimalli.

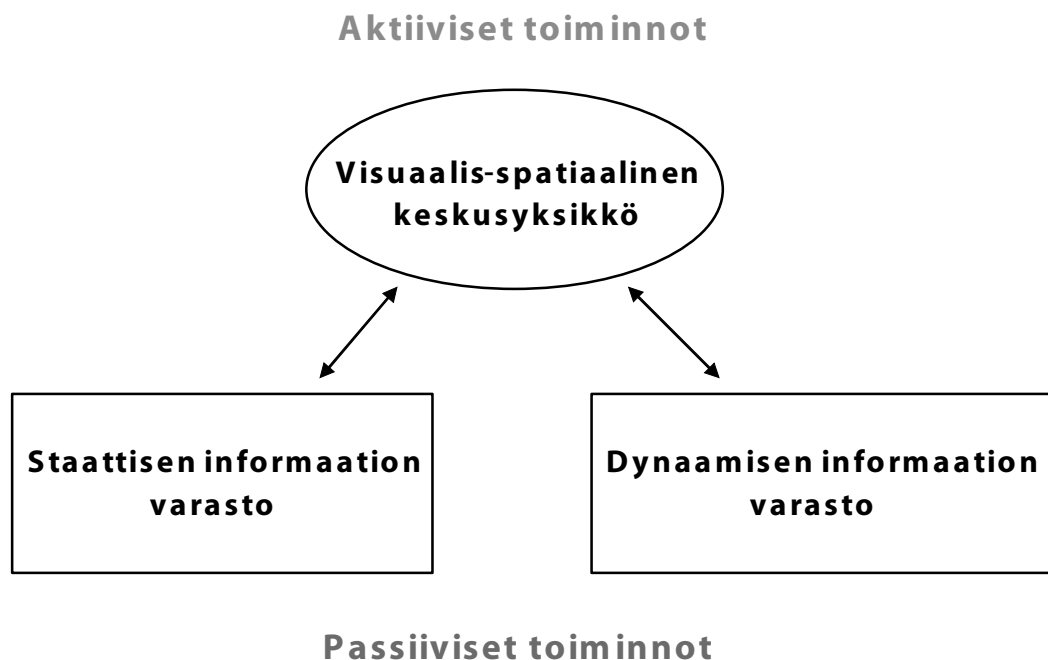
Työmuistin keskusyksikkö on Baddeleyn (1986, 1997) mallissa kuvattu yhdeksi yksiköksi, joka huolehtii korkeamman tason

ohjaustoiminnoista ja kontrolloi apujärjestelmien toimintaa valitsemalla toimintastrategioita, suuntaamalla tarkkaavai-

suutta ja yhdistämällä informaatiota eri lähteistä. Myöhemmin on kuitenkin osoitettu, että keskusyksikkötoiminnot ovat todennäköisesti lohkoutuneet erillisiin mutta kuitenkin toisistaan riippuvaisiin toimintoihin. Keskusyksikkö ei siis olekaan yksi yhtenäinen ohjausyksikkö vaan pikemminkin erilaisten korkeamman asteen toimintojen yhteenliittymä. Näitä toimintoja ovat ainakin päivitys (updating), inhibitio ja ”shifting”, joka merkitsee esimerkiksi kykyä vaihtaa strategiaa kesken suoritettavan tehtävän (Lehto, Juujärvi, Kooistra & Pulkkinen, 2003; Miyake, Friedman, Emerson, Witzki, Howerter & Wager, 2000). Päivitys on näistä eksekutiivisista toiminnoista lähimpänä perinteistä baddeyleyläistä käsitystä keskusyksikön toiminnasta (Lehto, ym., 2003). Empiiristä näyttöä on saatu myös siitä, että keskusyksikkötoiminta saattaisi olla jakautunut aistikanavien mukaan eli että verbaaliselle ja visuaalis-spatiaaliselle informaatiolle olisi omat yksikkönsä (Jarvis & Gathercole, 2003; Shah & Miyake, 1996).

Tämän tutkimussarjan teoreettinen

viitekehys rakentui Baddeleyn (1986, 1997) kolmikomponenttimallin ympärille, kuitenkin niin, että tässä keskitytään työmuistin vähemmän tunnettuun komponenttiin, visuaalis-spatiaaliseen työmuistiin. Käsitys työmuistista on esikuvaansa laajempi: visuaalis-spatiaaliseen työmuistiin sisältyvät Cornoldin ja Vecchin (2003) termein sekä passiiviset varastotoiminnot että aktiiviset prosessointitoiminnot (baddeyleyläisittäin keskusyksikkötoiminnot) (kuvio 2). Visuaalis-spatiaalinen työmuisti on näin ollen muutakin kuin passiivinen visuaalisen ja avaruudellisen informaation lyhytkestoinen varasto. Se on pikemminkin sarja erilaisia visuaalis-spatiaalisen tiedon käsittelyyn liittyviä toimintoja, jotka ovat eri tavoin yhteydessä varasto- ja ohjausresursseihin. Passiivisiin toimintoihin kuuluu sekä samanaikaisesti esitetyn, staattisen visuaalis-spatiaalisen tiedon (esim. väri, muoto, koko) että eri aikaan, sarjallisesti esitetyn tiedon (esim. liikesarjat) lyhytkestoinen varastointi (Logie & Marchetti, 1991; Pickering, Gathercole, Hall & Lloyd, 2001).



Kuvio 2. Visuaalis-spatiaalinen työmuisti tässä tutkimusprojektissa.

Visuaalis-spatiaalinen työmuisti ja matemaattinen suoriutuminen

Työmuistin kaltainen rajallinen tiedonkäsittelyjärjestelmä ei yksinään pysty ratkaisemaan matemaattisia ongelmia, mutta se on keskeinen oppimisen ydinprosessointivalmiuksien osa (ks. Demetriou, Spanoudis, & Mouyi, painossa), joita ilman matemaattisten tehtävien ratkaiseminen ei onnistu. Koska työmuisti on nimitys niille toiminoille, jotka ovat lyhytkestoisen tiedonkäsittelyn ja -varastoinnin ja siten erilaisen kognitiivisten tehtävien suorittamisen kannalta keskeisiä, on työmuisti myös matemaattisen suoriutumisen kannalta välttämätön. Tästä luonnollisesti seuraa myös se, että työmuistivalmiuksien heikkoudet todennäköisesti heijastuvat myös matematiikan oppimiseen ja siten matematiikassa suoriutumiseen.

Visuaalis-spatiaalinen työmuisti on erikoistunut nimenomaan visuaalisen ja avaruudellisen informaation varastointiin ja käsittelyyn. Tämän vuoksi tällä muistikomponentilla on oma erityinen roolinsa matemaattisten taitojen hallinnassa ja kehittämisessä. Varsinaisten visuaalisten elementtien, kuten erilaisten geometrinen kuvioiden, lisäksi matematiikka sisältää verbaalisia symboleja, joilla on visuaalis-spatiaalinen ulottuvuus. Matematiikan kannalta keskeiset symbolit, luvut, ovat myös visuaalisia hahmoja eivätkä siten puhtaasti verbaalisia symboleja (Knops, Nuerk, Fimm, Vohn & Willmes, 2006). Luvun todellisen arvon määrittämisessä tarvittava paikka-arvon ymmärtäminen vaatii visuaalis-spatiaalista hahmottamiskykyä (Booth & Thomas, 2000; Grossberg & Repin, 2003), samoin sitä tarvitaan lukujen sijoittamisessa allekkain laskemista varten.

Luvuilla on lukumäärän lisäksi myös spatiaalinen ulottuvuus. Hyvin perustavanlaatuisen avaruudellinen elementti on

ns. mentaalinen lukujono, jonka arvellaan olevan luonteeltaan visuaalis-spatiaalinen jatkumo ja lukumäärien välisten suhteiden avaruudellinen asteikko. Tietty paikka lukujonossa merkitsee tiettyä lukumäärää. Kulttuureissa, joissa kirjoitetaan ja luetaan vasemmalta oikealle, pienet luvut sijaitsevat vasemmalla ja suuret oikealla (Dehaene, 1997; Zorzi, Priftis, Meneghello, Marenzi & Umiltà, 2006), eli lukujono on eräänlainen visuaalis-spatiaalinen mielikuva, joka perustuu konkreettiseen, kielelliseen lukujonoon.

Visuaalis-spatiaalista työmuistia voi pitää eräänlaisena tiettyjen aivotointojen mahdollistamana mentaalisenä työtilana, jota voidaan hyödyntää matemaattisen tehtävän ratkaisua varten tarvittavien tietojen säilyttämiseen ja käsittelyyn (ks. esim. Heathcote, 1994; Ashcraft, 1996). Tämä näkemys on saanut tukea mm. aivojen kuvantamismenetelmätutkimuksista, joiden mukaan monimutkaisia visuaalisesti esitettyjä päässälaskuja (kaksinumeroisten lukujen kertolaskuja) suoritetaan nimenomaan aivoalueilla, jotka muodostavat visuaalis-spatiaalisen työmuistin (Zago & Tzourio-Mazoyer, 2002). Työmuisti on ikään kuin mentaalinen taulu, jossa voidaan säilöä ja prosessoida välituloksia monimutkaisia tehtäviä suoritettaessa. Tutkimukset osoittavat, että pienet lapset (alle 9-vuotiaat) hyödyntävät *ensisijaisesti* visuaalis-spatiaalista järjestelmää suorittaessaan aritmeettisiä tehtäviä, kun taas vanhemmat lapset hyödyntävät sekä auditiivis-fonologisia että visuaalis-spatiaalisia resursseja (Holmes & Adams, 2006; McKenzie, Bull & Gray, 2003). Tämä tarkoittaa sitä, että mikäli visuaalis-spatiaalisen järjestelmän hyödyntäminen vain on mahdollista, pienet lapset turvautuvat yleensä siihen. Toistaiseksi aihetta käsittelevien tutkimusten määrä on kuitenkin sangen pieni ja niiden käsittelemien tehtä-

vätyyppien kirjo suppea.

Työmuistivalmiuksia myös todennäköisesti hyödynnetään ainakin hieman eri tavalla erilaisissa tehtävätyypeissä. Jopa laskujen esittämistavan (vertikaalisesti tai horisontaalisesti) on osoitettu vaikuttavan jossain määrin siihen, mitä työmuistiresursseja tehtävässä pääasiassa hyödynnetään (Trbovich & Le Fevre, 2003).

Vaikka matemaattisen suoriutumisen ja työmuistitaitojen yhteyden on siis osoitettu liittyvän ainakin jossain määrin tehtävätyyppihin, tässä tutkimuksessa tarkastellaan, onko visuaalis-spatiaalinen työmuisti niin merkittävä, että se vaikuttaisi myös matemaattiseen kokonaissuoriutumiseen Kokonaissuoriutumista tutkitaan mittareilla, jotka mittaavat matemaattisia taitoja monesta näkökulmasta. Tarkoituksena oli siis tarkastella, onko visuaalis-spatiaalinen työmuisti niin merkittävä, että yhteys matemaattiseen suoriutumiseen tulisi näkyviin myös kokonaissuoriutumisen tasolla. Kokonaissuoriutuminen ei tässä tapauksessa tarkoita kouluarvosanaa vaan suoriutumista testeissä tai kokeissa, jotka mittaavat useamman kuin yhden osa-alueen hallintaa.

Huolimatta siitä, että visuaalisuus ja spatiaalisuus ovat osa matematiikkaa ja että tietyntyypisten matemaattisten ongelmien taustalla tiedetään olevan nimenomaan visuaalis-spatiaalisia vaikeuksia, yhteyttä visuaalis-spatiaalisen työmuistin ja matematiikan suoriutumisen välillä on tutkittu viime vuosiin asti melko vähän. Empiirisen tutkimuksen puute oli myös tämän tutkimussarjan lähtökohta. Kun ensimmäiseksi tehty osatutkimus (osatutkimus III) ennen vuosituhannen vaihdetta käynnistyi, ei visuaalis-spatiaalisten valmiuksien ja matemaattisten taitojen välistä suhdetta työmuistinäkökulmasta tarkastelevia tutkimuksia juuri ollut. Sittemmin matematiikassa suoriutumisen ja toisaalta

visuaalis-spatiaalisissa työmuistitehtävissä menestymisen on osoitettu olevan yhteydessä toisiinsa (mm. Holmes & Adams, 2006; Jarvis & Gathercole, 2003) ja matematiikassa heikosti menestyvien on havaittu olevan hyvin suoriutuvia keskimäärin heikompia tietyiltä visuaalis-spatiaalisilta työmuistivalmiuksiltaan (mm. Maybery & Do, 2003; McLean & Hitch, 1999; van der Sluis, van der Leij & de Jong, 2005).

Visuaalis-spatiaalinen työmuisti ja älykkyys

Älykkyuden ja työmuistivalmiuksien suhde on teoreettisesti mielenkiintoinen, ja se oli myös tärkein peruste sille, että älykkyys otettiin tähän tutkimussarjaan mukaan ns. merkittäväksi taustatekijäksi. Työmuistia ja älykkyyttä pidetään osittain päällekkäisinä käsitteinä (Engle, Tuholski, Laughlin & Conway, 1999; Haavisto & Lehto, 2004). Jotkut tutkijat ovat esittäneet älykkyuden olevan jopa *yhtä kuin* työmuisti (esim. Conway, Cowan, Bunting, Theriault & Minkoff, 2002; Kyllonen & Christal, 1990), mutta tämä ei uudemman tutkimuksen valossa vaikuta kuitenkaan todennäköiseltä (Haavisto & Lehto, 2004).

Työmuistin voidaan siis katsoa sisältävän osittain älykkyYTEEN, ja toisaalta taas älykäs toiminta on osittain riippuvaista työmuistivalmiuksista. Vaikka työmuistin ja älykkyuden välistä suhdetta on tutkittu sängen paljon, suurin osa tutkimuksista on toistaiseksi keskittynyt kielellisiin työmuistivalmiuksiin. Sen vuoksi tämän tutkimusprojektin kysymys, liittyykö visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien ja matemaattisen suoriutumisen välinen yhteys nimenomaan työmuistiin vai enemmänkin yleiseen älylliseen kapasiteettiin, on teoreettisesti mielenkiintoinen. Käytännöllisessä mielessä ei ole juurikaan merkitystä sillä, sisältyykö työmuisti älykkyYTEEN vai ei. Vaikka älykkyys on kiis-

tatta tiettyjen erityisryhmien (esim. kehitysvammaisten) opetuksen järjestämisen kannalta tärkeä ja vaikka älykkyyden ajatellaan keskeisesti selittävän koulusaavutuksia (Colom, Escorial, Shih & Privado, 2007; Deary, Strand, Smith & Fernandes, 2007), se ei välttämättä kuitenkaan aina ole tehokkaiden matemaattisten interventioiden ja opetusmenetelmien kehittämisen kannalta käytännöllinen. Erityispedagogisesta näkökulmasta ja matemaattisen oppimisympäristön kehittämisen kannalta olennaisempaa saattaa olla tiedonkäsitteilyn heikkouksien tunnistaminen tarkasti. Näin tuki voidaan kohdentaa juuri oikeisiin puutteisiin. Tämä ei tarkoita sitä, että älykkyys käsitteenä tai oppimisympäristön kehittämisen näkökulmasta olisi turha, vaan yksinkertaisesti sitä, että joskus spesifimpien puutteiden tunnistaminen saattaa olla hyödyllisempää.

Tavoitteet ja tutkimusongelmat

Tämän viidestä itsenäisestä osatutkimuksesta koostuvan tutkimussarjan tavoitteena on täydentää kuvaa matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten ja nuorten tiedonkäsitteilyvalmiuksista. Siinä tarkastellaan, ovatko visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen. Tutkimuksista kaksi ensimmäistä keskittyy alle kouluikäisten lukukäsitteen hallintaan ja visuaalis-spatiaalisiin työmuistivalmiuksiin. Kolmessa jälkimmäisessä puolestaan tarkastelukohteena ovat peruskoulun yhdeksäsluokkalaisten matemaattinen suoriutuminen ja visuaalis-spatiaaliset työmuistitaidot.

Tutkimussarja pyrkii vastaamaan seuraaviin kolmeen pääkysymykseen:

- ovatko visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen sekä alle kouluikäisillä että yläkouluikäisillä (osatutkimukset I, II, III,

IV, V)?

- rajoittuuko yhteys tiettyjen visuaalis-spatiaalisten valmiuksien ja matemaattisen suoriutumisen välille vai onko se yleinen niin, että se koskee matemaattisia taitoja ja koko visuaalis-spatiaalista työmuistia (osatutkimukset I, II, III, IV, V) tai työmuistia laajemmin (osatutkimukset II, III)?
- liittyykö yhteys vain työmuistiin vai onko se selitettävissä älykkyyden kaltaisella yleisellä päättelykapasiteetilla (osatutkimukset I, II, IV)?

Huolimatta siitä, että tarkastelukohteena oli kaksi kehitystasoltaan, työmuistivalmiuksiltaan ja matemaattisilta taidoiltaan erilaista ryhmää, alle kouluikäiset lapset ja yläkouluikäiset nuoret, tutkimus ei ole eikä pyrkinyt olemaan varsinaisesti kehityksellinen. Tavoitteena on pikemminkin tarkastella, onko visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien ja matemaattisen suoriutumisen välisessä yhteydessä kyseessä niin universaali ilmiö, että se on havaittavissa ikäryhmästä ja matemaattisten taitojen luonteesta riippumatta. Huolimatta siitä, että työmuistiresurssien tarpeen on osoitettu vaihtelevan tehtävästä toiseen, tässä tutkimuksessa pyrittiin nimenomaisesti tarkastelemaan, onko yhteys niin merkittävä, että se näkyy myös kokonaisuoriutumisen tasolla.

Matemaattisia taitoja mitattiin hyvin yleisellä ja kulloisellekin ikäryhmälle parhaiten soveltuvalla tavalla. Alle kouluikäisten tarkasteleminen kouluikäisten rinnalla toi tuki jo sinänsä mielenkiintoisen lisän. Pienillä lapsilla on jo tiettyjä varhaisia matemaattisia valmiuksia, jotka edelleen ennustavat myöhempää matemaattista koulusuoriutumista (Jordan, Kaplan, Locuniak & Ramineni, 2007) mutta he eivät ole vielä saaneet formaalia matematiikan opetusta. Toisin sanoen heitä tutkimalla saadaan

tietoa siitä, minkälaisin tiedonkäsittelyvalmiuksin matemaattisilta taidoiltaan heikot lapset aikanaan aloittavat koulutiensä ja siten myös koulumatematiikan opiskelun.

MENETELMÄT

Osallistujat ja aineistonkeruu

Osatutkimukseen osallistui kaiken kaikkiaan 749 lasta ja nuorta: 4–6-vuotiaita helsinkiläisiä päiväkotilapsia oli yhteensä 162 ja 15–16-vuotiaita peruskoulun yhdeksän-

nen luokan oppilaita yhdeksästä eri eteläsuomalaisesta koulusta oli 587. Varsinaisiin työmuistimittauksiin osallistui 408 lasta tai nuorta. Osallistujamäärät osatutkimuksittain löytyvät taulukosta 1. Pienten lasten mittaukset suoritettiin yksilötestauksena päiväkotien omissa testaukseen soveltuvis- sa rauhallisissa tiloissa. Yläkouluikäisten mittaukset suoritettiin pääosin pienissä ryhmissä kokeenjohtajan ja matematiikan opettajan valvonnassa. Viidennen osatutkimuksen työmuistimittaukset suoritettiin yksilötestauksena koulujen omissa tiloissa.

Taulukko 1. Tutkimusprojektin osallistujamäärät osatutkimuksittain.

	I	Ila	III	IV	Va
<i>Tytöt</i>	26	28/55	69	73	26/169
<i>Pojat</i>	20	22/61	46	62	19/168
<i>Yhteensä</i>	46	50/116	115	135	45/337

a = koeryhmät/seulonta-aineisto

Mittarit

(Varhaiset) matemaattiset taidot. Eri tutkimuksissa käytetyt testit ja tehtävät on koottu taulukkoon 2. Osatutkimuksessa I ja II lasten lukukäsitteen hallintaa mitattiin Lukukäsitteillä (The Early Numeracy Test for Toddlers, The ENT; Van Luit, Van de Rijt, & Aunio, 2006). Testi mittaa kahdeksaa eri osa-alueita. Neljä ensimmäistä – vertailu, luokittelu, vastaavuus ja järjestäminen – muodostavat suhdetaidot (relational skills). Mittauksissa selvitettiin, kuinka hyvin tutkittavat hallitsivat matemaattis-logisia periaatteita, joita tarvitaan lukumäärien ja lukumääriin liittyvien suhteiden ymmärtämisessä. Neljä jälkimmäistä – lukusanojen luetteleminen, samanaikainen ja lyhentynyt laskeminen, tuloksen laskeminen ja lukukäsitteen soveltaminen – muodostavat lukujonotaidot (counting

skills). Niissä mitataan lukujonon ja lukujen ymmärtämistä ja käyttämiskykyä (Van Luit ym., 2006). Näitä koulumatemaattisia taitoja edeltäviä, myöhempää matematiikan hallintaa ennustavia numeerisia taitoja kutsutaan tässä yhteydessä varhaisiksi matematiikan taidoiksi.

Osatutkimuksessa III matemaattisten taitojen mittarina toimi 9. luokkien valtakunnallinen matematiikan koe, ja osatutkimuksessa IV mittarina oli MAKEKO (Matematiikan keskeisen oppiaineksen koe; Ikäheimo ym., 1988). Ne molemmat mittaavat *matematiikan keskeisen oppiaineksen hallintaa*. Eri osatutkimuksissa mitattiin hieman eri painotuksin aritmetiikkaa, algebraa ja geometriaa. Osatutkimuksessa V tarkastelun kohteeksi otettiin heikoimmin matematiikassa suoriutuvat oppilaat. Seulontamittarina toimi KTLT (Räsänen & Leino, 2005), joka mittaa pe-

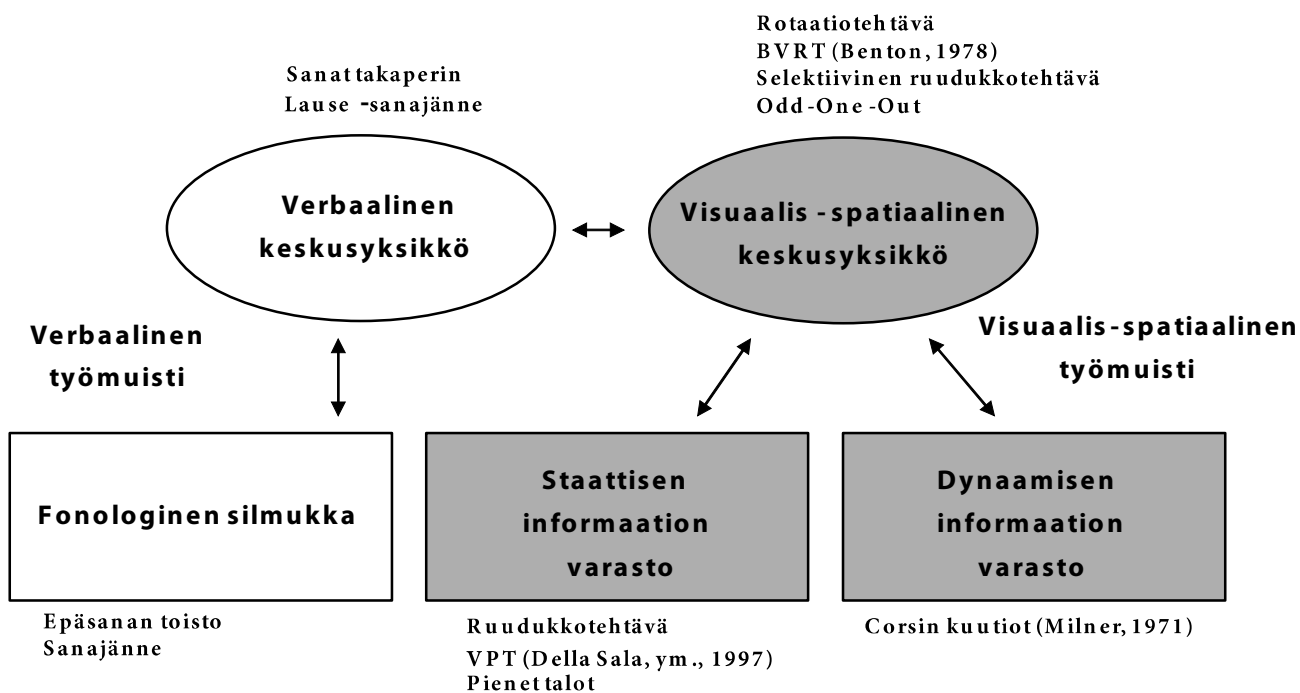
ruslaskutaitojen hallintaa ja on suunniteltu matematiikan oppimisvaikeuksien seulontamittariksi Sen pääpaino on perusaritmetiikassa mutta se sisältää myös perusalgebraa ja geometriaa.

Työmuistitaidot. Eri osatutkimuksissa käytetyt työmuistimittarit on jaoteltu mitattavan ominaisuuden mukaan (kuvio 3, ks. myös taulukko 2). Visuaalis-spatiaalista työmuistia pyrittiin mittaamaan mahdollisimman monipuolisesti Tarkemmat tehtäväkuvaukset löytyvät väitöskirjan yhteenveto-osasta (Kyttälä, 2008b) sekä alkuperäisjulkaisuista (Kyttälä Aunio, Lehto, & Hautamäki, 2003; Kyttälä Aunio, & Hautamäki, painossa; Reuhkala, 2001; Kyttälä & Lehto, 2008; Kyttälä, 2008a). Työmuistitehtävät pyrittiin valitsemaan niin, että ne ovat mahdollisimman aistinkanavaspesiifejä eli toisin sanoen verbaaliset tehtävät houkuttelevat auditiivis-fonologiseen koo-

dukseen ja visuaalis-spatiaaliset tehtävät visuaalis-spatiaaliseen koodaukseen.

Tehtävien valinnassa pyrittiin ottamaan huomioon myös ikäkaudelle tyypilliset tavat hyödyntää työmuistia minimoimalla pienten lasten mahdollisuudet visuaalis-spatiaaliseen koodaukseen fonologista koodausta vaativissa tehtävissä ja vanhempien osallistujien mahdollisuudet fonologiseen koodaukseen visuaalis-spatiaalisissa tehtävissä. Työmuistitehtävien reliabiliteettikertoimet (split half) olivat .62–.98. Mittareiden validiteetista pyrin varmistumaan käyttämällä mittareiden kehitystyön pohjana pääsääntöisesti sellaisia tehtäviä ja tehtävätyyppejä, joita on työmuistikentällä käytetty ja testattu paljon. Siinä mielessä tehtävien voidaan todeta kohtuullisen validisti mittaavan sitä, mitä työmuistitoiminnan (tällä hetkellä) uskotaan olevan.

Aktiiviset toiminnot



Passiiviset toiminnot

Kuvio 3. Työmuistitehtävät mitattavan ominaisuuden mukaan.

Taulukko 2. Tutkimusprojektissa käytetyt tehtävät.

Testi, tehtävä	Tutkimus	Mitattava ominaisuus ja testin tai tehtävän luonne
Visuaalis-spatiaalinen työmuisti		
Passiiviset varastotehtävät		
<i>Ruudukkotehtävä/VPT</i> (Della Sala ym. 1997)	I-V	Staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation lyhytkestoinen varastointi, ruudukkokuvioiden muistaminen
<i>Corsin kuutiot (ryhmä/yksilö)</i> (Milner, 1971)	I-V	Sarjallisesti esitetyn visuaalis-spatiaalisen informaation lyhytkestoinen varastointi, peräkkäin esitettyjen kuutiosarjojen muistaminen
<i>Pienet talot</i>	V	Staattisen visuaalisen informaation lyhytkestoinen varastointi, talojen visuaalisten yksityiskohtien muistaminen
Aktiiviset prosessointitehtävät		
<i>Rotaatiotehtävä</i>	I, III, IV	Visuaalis-spatiaalisten mielikuvien aktiivinen prosessointi, abstraktien mielikuvien käsittely ja arviointi
<i>BVRT</i> (Benton, 1978)	V	Visuaalis-spatiaalisen informaation varastointi ja prosessointi, abstraktien kuvioiden muistaminen ja tuottaminen
<i>Selektiivinen ruudukkotehtävä</i> (Mammarella & Cornoldi, 2005)	V	Visuaalis-spatiaalisen informaation varastointi ja prosessointi, samanaikainen kuutiosarjojen arvioiminen (ovatko kuutiot suorassa linjassa vai eivät) ja kuutiosarjojen viimeisten kuvioiden sijainnin muistaminen
<i>Odd-One-Out</i>	II	Visuaalis-spatiaalisen informaation varastointi ja prosessointi, samanaikainen kuvioiden arvioiminen (mikä kolmesta kuvioista on erilainen) ja erilaisiksi arvioitujen kuvioiden sijainnin muistaminen
Verbaalinen työmuisti		
Fonologinen varastointi		
<i>Sanajänne</i>	III	Kielellisen (auditiivis-fonologisen) aineksen lyhytkestoinen varastointi, lyhyiden sanojen muistaminen
<i>Epäsanan toisto</i>	II	Kielellisen (auditiivis-fonologisen) aineksen lyhytkestoinen varastointi, epäsanojen muistaminen
Aktiivinen prosessointi		
<i>Lause-sanajänne</i>	III	Kielellisen informaation varastointi ja prosessointi, samanaikainen lauseiden sisällön arvioiminen ja sanojen muistaminen
<i>Sanat takaperin</i>	II	Kielellisen informaation varastointi ja prosessointi, sanojen muistaminen ja palauttaminen päinvastaisessa järjestyksessä
Älykkyyks		
<i>Raven Progressive/Coloured</i> (Raven ym., 1992)	II, IV	Visuaalis-spatiaalinen analoginen päättelykyky, abstraktien kuvioiden täydentäminen
<i>WISC-III</i> (Wechsler, 1999)	I	Visuaalis-spatiaalinen abstrakti päättelykyky ja sanavaraston hallinta ja verbaalinen sujuvuus
Matemaattiset taidot		
<i>Lukukäsitetesti</i> (Van Luit ym., 2006)	I, II	Varhaiset matemaattiset taidot, suhdetaidot ja lukujonotaidot
<i>Valtakunnallinen koe</i>	III	Matematiikan keskeisen oppiaineksen hallinta
<i>Makeko</i> (Ikäheimo ym., 1988)	IV	Matematiikan keskeisen oppiaineksen hallinta
<i>KTLT</i> (Räsänen & Leino, 2005)	V	Peruslaskutaitojen hallinta
Kielelliset taidot		
<i>Bostonin nimeämistesti</i> (Laine ym., 1997)	II	Kuvien nimeäminen
<i>Token</i> (DiSimoni, 1978)	II	Ohjeiden ymmärtäminen
<i>Tarzan</i> (Lahti & Mynttinen, 2000)	V	Tekninen lukutaito, epäsanojen tunnistaminen suomenkielisen tekstin joukosta
<i>Hierarkiatesti</i> (Lyytinen & Lehto, 1998)	V	Tekstinymmärtäminen, tekstin pääkohtien löytäminen

Kielelliset taidot ja älykkyys. Kielelliset taidot ja älykkyys toimivat taustatekijöinä osatutkimuksissa I, II ja IV. Niiden mittaamiseen käytettiin yleisesti käytössä olevia, ikäkausille soveltuvia mittareita (ks. taulukko 2), jotka on esitelty tarkemmin alkuperäistutkimuksissa (Kyttälä ym., 2003; Kyttälä ym. painossa; Kyttälä & Lehto, 2008) ja väitöskirjan yhteenvedo-osassa (Kyttälä, 2008b).

TULOKSET

Visuaalis-spatiaalisten työmuistitaitojen yhteys matemaattiseen suoriutumiseen

Tutkimussarjan tulokset osoittavat, että kyky säilyttää ja käsitellä hetkellisesti visuaalis-spatiaalista informaatiota on yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen. Korrelaatiot laskettiin käyttäen Pearsonin tulomomenttikorrelaatiokerrointa (osatutkimukset I, II, III, IV) ja osittaiskorrelaatiokerrointa (I, II, III, IV). Osatutkimuksessa IV *sarjallisesti esitetyn visuaalis-spatiaalisen informaation lyhytkestoista varastointia* mittaava, modifioidusta Corsin kuutiot-tehtävästä muodostettu muuttuja osoit-

tautui jakaumaltaan niin negatiivisesti vinoksi, että se käännettiin (ks. Tabachnick & Fidell (2001, 80–82) ja suoritettiin logaritimuunnos, mikä korjasi muuttujan jakaumaa riittävästi, jotta se soveltui parametriin analyysihin.

Suoriutuminen visuaalis-spatiaalista työmuistia mittaavissa tehtävissä on yhteydessä sekä alle kouluikäisten varhaisten matemaattisten taitojen hallintaan että peruskoulun yhdeksäsluokkalaisten matematiikan taitoihin. Matemaattiset taidot lähes millä tahansa kokonaissuoriutumismittarilla mitattuna korreloivat visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien kanssa, erityisesti yläkouluikäisten aineistoissa (osatutkimukset III & IV, taulukko 3). Korrelaatiokertoimet olivat voimakkuudeltaan pääsääntöisesti kohtuullisia ja eri osatutkimuksissa, eri osallistujajoukoissa, hyvin samansuuntaisia. Karkeasti: ne, jotka suoriutuivat visuaalis-spatiaalisen työmuistin suorituskykyä mittaavissa tehtävissä hyvin, suoriutuivat hyvin myös matematiikassa ja päinvastoin. Sen sijaan suoriutuminen kielellisissä työmuistitehtävissä ei ollut yhteydessä matematiikassa menestymiseen (osatutkimus IIIb; $r = .19, p > .05$).

Taulukko 3. Visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien ja matemaattisten taitojen väliset korrelaatiot osatutkimuksissa I, III ja IV.

	Matematiikka				Osatutkimus I		Osatutkimus IV		
	(kokonaissuoriutuminen)				S	L	PL	G	SA
	I (N=46)	III ^a (N=62)	IIIb (N=53)	IV (N=128)					
VSTM									
<i>Ruudukkotehtävä</i>	.24	.57***	.42***	.39***	.06	.34*	.31**	.35***	.32***
<i>Corsin kuutiot</i>	.26	.44***		-.20* ^a	.22	.22	-.10	-.12	-.23**
<i>Rotaatiotehtävä</i>	.29*	.52***	.58***	.44***	.27	.28	.26**	.45***	.39***

VSTM = visuaalis-spatiaalinen työmuisti, S = suhdetaidot, L = lukujonotaidot, PL = päässälkäskut, G = geometria, SA = sanalliset tehtävät. * $p < .05$; ** $p < .01$; *** $p < .001$.

^a Negatiivinen korrelaatiokerroin johtuu siitä, että kyseessä on käännetty muuttuja.

Modifioidusta Corsin kuutiot -tehtävästä muodostettu muuttuja osoittautui jakaumaltaan niin negatiivisesti vinoksi, että se käännettiin (ks. Tabachnick & Fidell (2001, 80–82) ja suoritettiin logaritimuunnos, mikä korjasi muuttujan jakaumaa riittävästi, jotta se soveltui parametriin analyysihin.

Vaikka tulokset matemaattisen kokonais-suoriutumisen tasolla osoittavatkin, että matemaattiset taidot ovat yhteydessä visuaalis-spatiaaliin työmuistitaitoihin, tarkemmat tarkastelut osoittavat, että yhteyden voimakkuus liittyy matemaattisten taitojen osa-alueeseen ja visuaalis-spatiaalisten taitojen luonteeseen. Esimerkiksi alle kouluikäisillä lapsilla (osatutkimus I) yksittäisistä tehtävyyteistä ainoastaan passiivisessa ruudukkotehtävässä suoriutuminen oli yhteydessä lukujonon hallintaa mittaavissa tehtävissä menestymiseen ($r = .34, p < .05, N = 46$). Mentaalisessa rotaatiotehtävässä suoriutuminen oli puolestaan yhteydessä lukukäsitetestin kokonaismenestykseen ($r = .29, p < .05, N = 46$). Kouluikäisillä yhteys visuaalis-spatiaalisen työmuistin ja matemaattisten taitojen välillä ei riippunut visuaalis-spatiaalisten toimintojen luonteesta: sekä aktiiviset että passiiviset työmuistivalmiudet korreloivat yleisen matematiikassa suoriutumisen kanssa. Yhteys kuitenkin riippui matematiikan osa-alueesta: esimerkiksi dynaaminen varastokapasiteetti oli yhteydessä sanallisissa tehtävissä menestymiseen mutta ei geometrian tehtävissä tai päässä laskuissa suoriutumiseen (ks. Kyttälä & Lehto, 2008).

Älykkyystestissä suoriutuminen korreloi matematiikassa suoriutumiseen ensimmäisessä, toisessa ja neljännessä osatutkimuksessa ($r = .30-.66$). Osittaiskorrelaatiotarkastelut kuitenkin osoittavat, että älykkyuden avulla ei voida selittää yhteyttä visuaalis-spatiaalisen työmuistin ja matematiikan välillä. Esimerkiksi alle kouluikäisten aineistossa (osatutkimus I) visuaalis-spatiaalisen työmuistin mittareista muodostettu summamuuttuja, visuaalis-spatiaalinen varastointi ja prosessointi, korreloi lukujonotaitojen kanssa ($r = .30, p < .05, N = 46$) senkin jälkeen, kun älykkyys oli vakioitu. Samaten yläkouluikäisten ai-

neistossa (osatutkimus IV) korrelaatiot visuaalis-spatiaalisten työmuistitaitojen ja matemaattisen suoriutumisen välillä säilyivät pääasiassa tilastollisesti merkitsevinä senkin jälkeen, kun älykkyys oli vakioitu ($r = .20-.25, p < .05$).

Neljännessä alkuperäistutkimuksessa matemaattista suoriutumista pyrittiin selittämään regressioanalyysin keinoin käyttäen sekä askeltavaa menettelyä että pakotettua mallinnusta (osatutkimus IV). Älykkyys oli askeltaen toteutetussa regressioanalyysissä (osatutkimus IV) voimakkain, joskaan ei ainoa, matemaattisten taitojen selittäjä; se selitti 39 prosenttia matemaattisten taitojen vaihtelusta. Staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation varastokapasiteetin (ruudukkotehtävä) lisääminen malliin kasvatti kokonaisselitysosuuden 43 prosenttiin.

Regressioanalyysi soveltuu sinänsä teorian kannalta olennaisten muuttujien vaikutusten tarkasteluun ja siten tietyn jatkuvan muuttujan *selittämiseen*. Sen käyttöön liittyy kuitenkin ongelmia silloin, kun selittävät muuttujat korreloivat keskenään (Tabachnick & Fidell, 2001). Vaikka kokonaisselityasteet ovat luotettavia, niitä ei voida luotettavasti hajottaa kullekin selittävälle muuttujalle, josta seuraa edelleen se, että vaikka muuttujien suhteellinen voimakkuus voidaan regressiomallien avulla selvittää, absoluuttiset omaselitysosuudet eivät ole luotettavia. Tästä johtuen jatkoin neljännen osatutkimuksen aineiston analyysia väitöskirjan yhteenvetovaiheessa koettelemalla alkuperäisen julkaisun hypoteettisia malleja matemaattisten taitojen selittäjien kausaalista kudoksesta polkuanalyysin käyttäen AMOS 16.0 -ohjelmaa.

Polkuanalyysit osoittavat, että älykkyys on yksinään sängen vahva ($\beta = .56, p < .001$) mutta ei ainoa matemaattisen kokonaissuoriutumisen selittäjä (Kyttälä,

2008b). Älykkyyden lisäksi myös staattinen visuaalis-spatiaalinen varastokapasiteetti selittää matemaattista kokonaissuoriutumista tilastollisesti merkitsevästi ($\beta = .22$, $p < .01$) ja aktiivisella prosessointikyvyllä on epäsuora yhteys ($\beta = .27$, $p < .05$) matemaattiseen suoriutumiseen älykkyyden kautta. Yhdessä älykkyys, staattinen visuaalis-spatiaalinen varastokapasiteetti ja aktiivinen visuaalis-spatiaalisen informaation prosessointikyky selittävät 42 prosenttia matemaattisen kokonaissuoriutumisen vaihtelusta yläkouluikäisten aineistossa. Malli saa tukea aineistosta ($\chi^2 = 3.80$, $df = 2$, $p = .150$; CFI = .99; GFI = .99; RMSEA = .08).

Riskilapset ja visuaalis-spatiaalinen työmuisti

Korrelaatioiden lisäksi matemaattisen suoriutumisen ja visuaalis-spatiaalisten taitojen välistä yhteyttä tarkasteltiin vertaamalla matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten ja nuorten työmuistitaitoja ikätovereiden taitoihin. Ryhmien välisiä eroja

tarkasteltiin käyttäen parittaisia t-testejä (osatutkimus III) sekä yksisuuntaisia varianssi- ja kovarianssianalyyskejä (osatutkimukset II, V). Yksisuuntaiset varianssianalyysit osoittavat, että alle kouluikäiset, 4–6-vuotiaat lapset, jotka lukukäsitteen hallinnan perusteella kuuluivat matemaattisten oppimisvaikeuksien riskiryhmään, suoriutuivat verrokkiryhmää heikommin sekä passiivisissa että aktiivisissa visuaalis-spatiaalisissa työmuistitehtävissä lukuun ottamatta passiivista dynaamisen informaation varastointia vaativaa tehtävää (Corsin kuutiot, taulukko 4).

Riskilapset eivät olleet heikkoja vain visuaalis-spatiaalisilta työmuistitaidoiltaan vaan laaja-alaisemmin myös kielellisiltä työmuistitaidoiltaan. He suoriutuivat muita lapsia heikommin sekä auditiivis-fonologista varastointia vaativasta epäsanana toistotehtävästä ($F(1,48) = 11.25^{**}$, Cohenin $d = .97$) että samanaikaista kielellistä varastointia ja prosessointia vaativasta sanat takaperin -tehtävästä ($F(1,48) = 6.98^*$, $d = .76$). Työmuistitehtävien lisäksi riskilapset

Taulukko 4. Riskilasten ja tyypillisesti suoriutuvien lasten visuaalis-spatiaalinen työmuistisuurutuminen osatutkimuksissa II ja V.

Mittari	Riskiryhmä (N = 25)		Verrokkiryhmä (N = 25)		F(1,48)	d ^a	Riskiryhmä I		Riskiryhmä II		Verrokkiryhmä		F(2,42)	d ^a
	M	SD	M	SD			M	SD	M	SD	M	SD		
Visuaalis-spatiaalinen työmuisti														
Passiivinen varastointi														
<i>Ruudukkotehtävä</i>	5.92	2.32	8.76	2.82	15.10***	1.12	7.20	1.47	6.47	1.30	8.33	1.63	6.09**	1.08
<i>Corsin kuutiot</i>	8.92	2.89	10.36	2.41	3.64	.55	5.33	1.36	5.33	1.18	6.33	0.90	3.13	.77
<i>Pienet talot</i>	-	-	-	-	-	-	5.07	1.44	4.87	1.36	6.20	0.76	5.17*	.99
Aktiivinen prosessointi														
<i>Odd-One-Out</i>	2.96	1.51	4.36	1.87	9.08**	.87	-	-	-	-	-	-	-	-
<i>Selektiivinen ruudukkotehtävä</i>	-	-	-	-	-	-	8.60	2.47	6.47	3.11	8.93	2.05	4.03*	.88
<i>BVRT</i>	-	-	-	-	-	-	6.13	1.85	5.87	1.51	6.53	1.30	0.69	.36

* $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$. Riskiryhmä I = heikko matematiikka, riskiryhmä II = heikko matematiikka ja heikko lukutaito. a = Cohenin d, .20–.30 = pieni efektikoko, .50 = keskikokoinen efekti, > .80 = suuri efektikoko. BVRT = Benton Visual Retention Test (Benton, 1978).

suoriutuivat verrokkilapsia heikommin myös joustavaa älykkyyttä ($F(1,48) = 5.03^*$, $d = .60$) ja kielellisiä taitoja mittaavissa Tokenin ($F(1,48) = 18.60^{***}$, $d = 1.25$) ja Bostonin ($F(1,48) = 7.36^{**}$, $d = .78$) testeissä.

Vaikka osatutkimuksessa II vertailut ryhmät suoriutuvatkin eri tavalla älykkyystestissä, ryhmien välisiä eroja työmuistitaidoissa ei voida kuitenkaan selittää älykkyyseroilla. Ryhmien väliset erot työmuistitehtävissä säilyivät merkittävänä senkin jälkeen, kun älykkyyserot oli vakioitu ($d = .66-.86$; ks. Kyttälä, 2008b; Kyttälä, ym., painossa). Ryhmien väliset työmuistierot olivat sen sijaan yhteydessä kielellisiin taitoihin. Kun kielelliset taidot vakioitiin, riskilapset menestyivät keski-vertoa heikommin enää vain passiivisissa työmuistitehtävissä. Tämä saattaa viitata vaikeuksien tietynlaiseen kasaantumiseen; matemaattisilta ja kielellisiltä taidoiltaan heikkojen lasten työmuistitaitojen heikkoudet ovat laajempia kuin esimerkiksi niiden lasten, jotka ovat vain matemaattisilta taidoiltaan heikkoja.

Myös peruslaskutaidoiltaan heikot yhdeksännen luokan oppilaat suoriutuivat verrokkiryhmää heikommin tietyissä visuaalis-spatiaalisen työmuistin testeissä (osatutkimus V, taulukko 4). Toisen osatutkimuksen tapaan suoriutumiserot olivat yhteydessä kielellisiin taitoihin. Ryhmä, joka oli sekä matematiikan taidoiltaan että lukitaidoiltaan heikko (riskiryhmä II), suoriutui verrokkiryhmää heikommin sekä staattisen visuaalis-spatiaalisen informaation lyhytkestoista varastointia (VPT) että staattisen **visuaalisen** informaation hetkellistä varastointia (Pienet talot) mittaavissa tehtävissä. Riskiryhmä II suoriutui heikommin myös visuaalis-spatiaalista keskusyksikkötoimintaa mittaavassa aktiivisessa prosessointitehtävässä, selektiivisessä ruudukkotehtävässä.

Paitsi että riskiryhmä suoriutui hei-

kommin selektiivisessä ruudukkotehtävässä, se teki tehtävässä myös tilastollisesti merkitsevästi enemmän intruusiovirheitä ($M = 5.73$, $SD = 2.82$) kuin verrokkiryhmä ($M = 3.13$, $SD = 2.07$; $F(2,42) = 3.39$, $p < .05$, $d = .80$). Intruusiovirhe kuvastaa *joko* vaikeuksia keskittyä olennaiseen informaatioon visuaalis-spatiaalisissa tehtävissä *tai* vaikeuksia estää epärelevantin, kerran jo aktivoituneen mutta turhaksi muuttuneen informaation pääsy työmuistia kuormittamaan (ks. Cornoldi & Mammarella, 2006). Tavallaan vastaaja ”muistaa” aiemmin olennaisen informaation, joka on kuitenkin vastaushetkellä epärelevanttia.

Ryhmä, joka oli peruslaskutaidoiltaan heikko mutta lukitaidoiltaan normaalilla tasolla (riskiryhmä I), suoriutui verrokkiryhmää heikommin vain yhdessä passiivista visuaalis-spatiaalista varastointia vaativassa tehtävässä (Pienet talot). Viidennen osatutkimuksen tulokset tukevat näin ollen toisen osatutkimuksen tuloksia ja viittaavat siihen, että työmuistiheikkouksien laajuus on yhteydessä oppimisvaikeuksien laajuuteen.

POHDINTA

Tutkimussarjan tulokset osoittavat, että kyky säilyttää ja käsitellä hetkellisesti visuaalis-spatiaalista informaatiota on yhteydessä sekä alle kouluikäisten varhaisten matemaattisten taitojen hallintaan että peruskoulun yhdeksäsluokkalaisten matematiikan taitoihin. Käytännössä tämä tarkoittaa sitä, että matemaattisilta taidoiltaan heikot ovat tyypillisesti suoriutuvia keskimäärin heikompia myös visuaalis-spatiaalisilta työmuistivalmiuksiltaan. Matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten ja nuorten visuaalis-spatiaalisten työmuistiresurssien heikkoudet vaikuttavat olevan kuitenkin sangen spesifejä, sillä ne

rajoittuvat tietäntyyppisissä muistitehtävissä vaadittaviin valmiuksiin; *kaikissa* visuaalis-spatiaalisen työmuistin valmiuksia mittaavissa tehtävissä suoriutuminen ei ole yhteydessä matemaattisiin taitoihin. Käytännössä tämä tarkoittaa mm. sitä, että visuaalis-spatiaalisilta taidoiltaan heikot lapset eivät suoriudu heikosti kaikissa visuaalis-spatiaalisen työmuistin toimintaa mittaavissa tehtävissä.

Työmuistivalmiuksissa ilmenevät erot sekä alle kouluikäisten että kouluikäisten matemaattisilta taidoiltaan heikkojen ja normaalisuoriutujien välillä näyttävät olevan myös jossain määrin yhteydessä kielellisiin taitoihin, mikä viitanee vaikeuksien tietynlaiseen kasautumiseen: niillä matemaattisesti heikoilla, joilla on myös kielellisiä vaikeuksia, on keskimäärin laajemmat työmuistiheikkoudet. Tulos on hyvin samantyyppinen kuin esimerkiksi Siegelin ja Ryanin (1989) sekä Gearyn ja muiden (2007) havainnot siitä, että laajemmat työmuistivaikkeudet ovat yhteydessä laajempiin oppimisen ongelmiin. Se, että laajemmat työmuistin vaikeudet ovat havaittavissa jo ennen kouluikää, vahvistaa käsitystä siitä, että myöhemmin kouluiässä havaitut työmuistivaikkeudet tuskin ovat seurausta, ainakaan yksinomaan, koetuista oppimisen ongelmista.

Virheanalyysien perusteella vaikuttaisi siltä, että lapsilla ja nuorilla, joilla on sekä kielellisiä että matemaattisia vaikeuksia, on nimenomaan vaikeuksia selviytyä tehtävistä, joissa vaaditaan rajallisten työmuistiresurssien kohdentamista useampaan tehtävään yhtäaikaaisesti (tyypilliset keskusyksikkötoimintaa mittaavat aktiiviset muistitehtävät, joissa vaaditaan samanaikaisesti sekä varastointia että prosessointia).

Tutkimussarjan tulokset tukevat pääpiirteissään aiempia tutkimustuloksia (Gathercole & Pickering, 2000; McLean &

Hitch, 1999; van der Sluis ym., 2005) mutta tuovat aihetta käsittelevälle tutkimuskentälle myös jotain uutta. Vaikka visuaalis-spatiaalisen työmuistin ja matemaattisen taitojen välistä suhdetta käsittelevien tutkimusten määrä on 2000-luvulla nousut selvästi, pienten lasten matemaattiseen suoriutumiseen ja työmuistiin pureutuneet harvat tutkimukset ovat toistaiseksi keskittyneet lähinnä verbaalisiin työmuistivalmiuksiin. Niiden on osoitettu olevan yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen (Alloway ym., 2005; Passolunghi ym., 2007). Tämä tutkimussarja (Kyttälä ym., 2003; Kyttälä ym., painossa) osoittaa, että myös työmuistin visuaalis-spatiaaliset toiminnot ovat tärkeitä.

Työmuisti ja älykkyys ovat osittain päällekkäisiä käsitteitä (Engle ym., 1999; Haavisto & Lehto, 2004), ja älykkyyden on todettu ennustavan matematiikassa suoriutumista (esim. Floyd, Evans & McGrew, 2003; Spinath, Spinath, Harlaar & Plomin, 2006) – silti yhteys visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien ja (varhaisen) matemaattisen suoriutumisen välillä ei vaikuta olevan selitettävissä yksinomaan älykkyyden avulla. Huolimatta siitä, että älykkyyttä pidetään koulusaavutusten kannalta keskeisenä, joustava älykkyys ei yksin riitä selittämään oppimis- ja tiedonkäsittelypotentiaalinen eroja matemaattisesti eri tavalla suoriutuvien yksilöiden välillä. Tämä on teoreettisesti mielenkiintoinen tulos, koska se vahvistaa käsitystä siitä, että *myös visuaalis-spatiaalinen työmuisti* ja älykkyys ovat vain osittain päällekkäisiä.

Tähän asti useimmat älykkyyden ja työmuistin välistä suhdetta käsitelleet tutkimukset ovat keskittyneet pitkälti verbaaliseen työmuistiin. Visuaalis-spatiaalisen työmuistin kannalta tämän tutkimusprojektin tulokset merkitsevät sitä, että visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet ovat tärkeitä sinänsä, eivät vain osana älykkyy-

tä. Tämä on teoreettisesti merkityksellistä, koska visuaalis-spatiaalisen työmuistin on arveltu olevan fonologista työmuistia voimakkaammin riippuvaisia keskusyksiköistä (Miyake, Friedman, Rettinger, Shah & Hegarty, 2001) ja nimenomaan keskusyksikkötoiminnan on puolestaan arveltu olevan läheisessä yhteydessä älykkyyteen (Engle ym., 1999; Haavisto & Lehto, 2004).

Tämän tutkimusprojektin perusteella vaikuttaisi siltä, että passiivinen visuaalis-spatiaalisen informaation varastointikyky ennustaa sangen kattavasti matemaattista kokonaissuoriutumista sekä alle kouluikäisten että kouluikäisten joukossa. Myöhemmät tulokset myös osoittavat, että nimenomaan passiivinen visuaalis-spatiaalisen informaation varastointikyky esikouluikässä mitattuna ennustaa parhaiten aritmeettisissa tehtävissä suoriutumista kouluikässä (Aunio, Kyttälä, Räsänen & Van Luit, arvioitavana). Tässä tutkimusprojektissa käytetyistä mittareista visuaalis-spatiaalisen ruudukkotehtävän tyyppiset varastointitehtävät näyttäisivät siis parhaiten ennustavan matemaattista kokonaissuoriutumista, mikä viittaa siihen, että juuri kyky säilyttää mielessä hetkellisesti staattista tietoa esimerkiksi muodosta ja asioiden keskinäisestä sijainnista on matemaattisen kokonaissuoriutumisen kannalta ainakin jossain määrin tärkeää ja saattaa kuvastaa nimenomaan mentaalisen työtilan (ks. esim. Heathcote, 1994) laajuutta. Matemaattisella kokonaissuoriutumisella tässä tutkimuksessa tarkoitetaan menestymistä testeissä tai kokeissa, joissa vaaditaan useamman kuin yhden osa-alueen hallintaa.

Tutkimus osoittaa, että *osalla* matematiikassa heikosti suoriutuvista on näin ollen selvästi keskimääräistä heikommät visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet, ja tämä heikkous saattaa olla yksi mahdollinen syy tai lisävaikeuksien lähde heikon

matemaattisen suoriutumisen taustalla. Vaikka tämän tutkimusprojektin perusteella ei voida luotettavasti osoittaa syyseuraussuhdetta visuaalis-spatiaalisen työmuistin heikkouden ja matemaattisten oppimisvaikeuksien välillä, merkitsee havaittu visuaalis-spatiaalisen työmuistin heikkous konkreettisesti vähemmän mentaalista prosessointitilaa, joka jo sellaisenaan rajoittaa oppimista ja suoritustilanteita. Jo alle kouluikäiset lapset, joiden lukukäsitteen hallinta oli selvästi puutteellinen, olivat myös visuaalis-spatiaalisilta työmuistiresursseiltaan keskimäärin heikompia kuin ne lapset, joiden lukukäsitteen hallinta oli keskimääräisellä tasolla. Tämä merkitsee alkuopetukselle monia haasteita: lapset ovat paitsi varhaisilta matemaattisilta taidoiltaan (esim. lukujonon ja alkeellisten matemaattis-logisten periaatteiden hallinta) muita jäljessä, myös taitojen hallinnan edellytyksenä olevien tiedonkäsittelyvalmiuksien suhteen muita heikommassa asemassa.

Yksilönäkökulmasta tulokset osoittavat, että yhden tai kahdenkaan visuaalis-spatiaalisen mittarin avulla ei voida tehdä johtopäätöksiä matemaattisilta taidoiltaan heikkojen visuaalis-spatiaalisista (työmuisti)resursseista. Visuaalis-spatiaaliset heikkoudet saattavat tulla näkyviin vain tietyn tyyppisissä spesifeissä tehtävissä. Visuaalis-spatiaalisten kykyjen merkitystä esimerkiksi oppimisvaikeuslasten ja normaalien lasten erottelijana on vähätelty, tosin sangen yksipuolisten mittareiden perusteella (esim. Geary ym., 2000; Swanson & Jerman, 2006). Työmuistiheikkoudet saattavat kuitenkin ilmetä lähes koko työmuistin alueella tai rajoittua tiettyihin erityisempiin valmiuksiin, jolloin ne eivät välttämättä tule kaikilla testeillä mitattuina esiin.

Tulevaisuuden haasteet

Tutkimussarjan tulosten perusteella voidaan tehdä yleisluonteisia oletuksia siitä, mitä visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien ja matemaattisten taitojen yhteys teoriassa ja käytännössä tarkoittaa. Ryhmätasolla matemaattisilta taidoiltaan heikot eroavat tyypillisesti suoriutuvista visuaalis-spatiaalisilta työmuistivalmiuksiltaan, ja visuaalis-spatiaaliset työmuistivalmiudet ovat näin ollen yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen. Havaittu *yhteys* ei kuitenkaan tarkkaan ottaen vielä osoita, että visuaalis-spatiaalinen työmuisti aiheuttaisi matemaattisia oppimisvaikeuksia.

Luonteeltaan korrelatiiviset tutkimukset pystyvät parhaimmillaankin osoittamaan luotettavasti vain tiettyjen muuttujien järjestelmällisen yhteisvaihtelun, mikä ei automaattisesti tarkoita, että toinen muuttuja aiheuttaisi vaihtelua toisessa muuttujassa. Näin ollen on siis mahdollista, että matemaattisesti heikkojen lasten ja nuorten visuaalis-spatiaalinen heikkous kuvastaa itse asiassa yleistä matematiikasta riippumatonta tiedonkäsittelyjärjestelmien heikkoutta (tai heikkouksien kasaantumista). Toinen mahdollisuus on, että visuaalis-spatiaalisen työmuistin heikkous vaikeuttaa matematiikassa suoriutumista, vaikka se ei ole matemaattisten oppimisvaikeuksien varsinainen syy. Kolmas teoreettinen mahdollisuus on toki myös se, että visuaalis-spatiaalisen työmuistin heikkous on joidenkin lasten tai nuorten matemaattisten oppimisvaikeuksien syy. Koska 2000-luvulla tehdyt (toistaiseksi lukumääräisesti harvat) kokeelliset tutkimukset osoittavat, että samanaikaisesti suoritettavat visuaalis-spatiaaliset muistitehtävät vaikeuttavat tietyistä matemaattisista tehtävistä suoriutumista (McKenzie, ym., 2003), toinen ja kolmas vaihtoehto ovat ensimmäistä todennäköisempiä.

Soveltuvien opetus- ja interventiomenetelmien kehittämisen kannalta hyvin olennaista olisi jatkossa selvittää, mitkä matematiikan osa-alueet ja mitkä tehtävätyypit aiheuttavat ongelmia visuaalis-spatiaalisilta *työmuistivalmiuksiltaan* heikoille lapsille. Kokeellisten tutkimusten määrä on ollut kasvussa, mutta aihe on silti vielä sangen tutkimaton. Toinen selkeä päämäärä jatkotutkimuksissa on se, voidaanko työmuistikapasiteettia harjoittamalla saada aikaan positiivisia vaikutuksia myös matemaattisessa suoriutumisessa. Toistaiseksi kukaan ei ole sitä järjestelmällisesti tutkinut, vaikka työmuistin rooli keskeisenä tiedonkäsittelyvaiheena on osoitettu (ks. esim. Geary, 2004).

Kirjoittajatiedot

Minna Kyttälä, FT, toimii assistenttina Helsingin yliopiston Erityispedagogiikan yksikössä.

LÄHTEET

- Alloway, T.P., Gathercole, S.E., Adams, A.-M., Willis, C., Eaglen, R. & Lamont, E. (2005). Working memory and phonological awareness as predictors of progress towards early learning goals at school entry. *British Journal of Developmental Psychology*, 23, 417–426.
- Alvarez, G.A. & Cavanagh, P. (2004). The capacity of visual short-term memory is set both by visual information load and by number of objects. *Psychological Science*, 15, 106–111.
- Ashcraft, M.H. (1996). Cognitive psychology and simple arithmetic: A review and summary of new directions. Teoksessa B. Butterworth (toim.), *Mathematical cognition* 1, 3–34. Hove, UK: Psychology Press.
- Aunio, P., Kyttälä, M., Räsänen, P. & Van Luit, J.E.H. (arvioitavana). Predictors of mathematical skills in the early primary grades.
- Baddeley, A.D. (1986). *Working memory*. Oxford: Oxford University Press.
- Baddeley, A. (1997). *Human memory: Theory and*

- practice. Hove, UK: Psychology Press.
- Baddeley, A. (2000). The episodic buffer: a new component of working memory? *Trends in Cognitive Sciences*, 4, 417–423.
- Benton, A.L. (1978). Visuaalinen muistitesti. Kliiniset ja kokeelliset sovellukset. [The Visual Retention Test. Clinical and Experimental Applications, 4th Ed.]. Helsinki: Psykologien kustannus.
- Booth, R.D.L. & Thomas, M.O.J. (2000). Visualization in mathematics learning: Arithmetic problem-solving and student difficulties. *Journal of Mathematical Behavior*, 18, 169–190.
- Colom, R., Escorial, S., Shih, P.C. & Privado, J. (2007). Fluid intelligence, memory span, and temperament difficulties predict academic performance of young adolescents. *Personality and Individual Differences*, 42, 1503–1514.
- Conners, F.A., Rosenquist, C.J., Arnett, L., Moore, M.S. & Hume, L.E. (2001). Improving memory span in children with Down syndrome. *Down Syndrome Research and Practice*, 7, 25–33, 2001.
- Conway, A.R.A., Cowan, N., Bunting, M.F., Theriault, D.J. & Minkoff, S.R.B. (2002). A latent variable analysis of working memory capacity, short-term memory capacity, processing speed, and general fluid intelligence. *Intelligence*, 30, 163–183.
- Cornoldi, C. & Mammarella, N. (2006). Intrusions errors in visuospatial working memory performance. *Memory*, 14, 176–188.
- Cornoldi, C. & Vecchi, T. (2003). Visuo-Spatial Working Memory and Individual Differences. *Essays in Cognitive Psychology*. Hove: Psychology Press.
- Daneman, M. & Carpenter, P.A. (1980). Individual differences in working memory and reading. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 19, 450–466.
- Deary, I. J., Strand, S., Smith, P. & Fernandes, C. (2007). Intelligence and educational achievement. *Intelligence*, 35, 13–21.
- Dehaene, S. (1997). *The Number Sense. How the Mind Creates Mathematics*. New York: Oxford University Press.
- Della Sala, S., Gray, C., Baddeley, A. & Wilson, L. (1997). *Visual Patterns Test. A Test of Short-Term Visual Recall*. Suffolk, UK: Thames Valley Test Company.
- Demetriou, A., Spanoudis, G. & Mouyi, A. (painossa). *A Three-level Model of the Developing Mind: Functional and Neuronal Substantiation and Educational Implications*. Teoksessa M. Ferrari & L. Vuletic (toim.), *The Developmental Relations between Mind, Brain, and Education: Essays in honor of Robbie Case*. New York: Springer.
- DiSimoni, F. (1978). *The Token test for children*. Austin: Pro-Ed.
- Engle, R.W., Tuholski, S.W., Laughlin, J.E. & Conway, A.R.A. (1999). Working memory, short-term memory, and general fluid intelligence: A latent-variable approach. *Journal of Experimental Psychology. General*, 128, 309–331.
- Floyd, R.G., Evans, J.J. & McGrew, K.S. (2003). Relations between measures of Cattell-Horn-Carroll (CHC) cognitive abilities and mathematics achievement across the school-age years. *Psychology in the Schools*, 40, 155–171.
- Gathercole, S.E. & Pickering, S.J. (2000). Working memory deficits in children with low achievements in the national curriculum at 7 years of age. *British Journal of Educational Psychology*, 70, 177–194.
- Geary, D.C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 4–15.
- Geary, D.C., Hamson, C.O. & Hoard, M.K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77, 236–263.
- Geary, D. C. , Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., and Numtee, C. (2007). Cognitive

- mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child development*, 78, 1343-1359.
- Grossberg, S. & Repin, D.V. (2003). A neural model of how the brain represents and compares multi-digit numbers: spatial and categorical processes. *Neural Networks*, 16, 1107-1140.
- Haavisto, M.-L. & Lehto J.E. (2004). Fluid/spatial and crystallized intelligence in relation to domain-specific working memory: A latent-variable approach. *Learning and Individual Differences* 15, 1-21.
- Halford, G.S., Cowan, N. & Andrews, G. (2007). Separating cognitive capacity from knowledge: a new hypothesis. *Trends in Cognitive Sciences*, 11, 236-242.
- Heathcote, D. (1994). The role of visuo-spatial working memory in mental addition of multi-digit addends. *Current Psychology*, 13, 207-245.
- Holmes, J. & Adams, J.W. (2006). Working memory and children's mathematical skills: Implications for mathematical development and mathematics curricula. *Educational Psychology*, 26, 339-366.
- Ikäheimo, H., Putkonen, H. & Voutilainen, E. (1988). MAKEKO; Matematiikan keskeisen oppiaineen kokeet luokille 1-9. Helsinki: Opperi. [in Finnish]
- Jarvis, H. & Gathercole, S. (2003). Verbal and non-verbal working memory and achievements on National Curriculum tests at 11 and 14 years of age. *Educational and Child Psychology*, 20, 123-140.
- Jordan, N.C., Kaplan, D., Locuniak M.N. & Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22, 36-46.
- Klingberg, T., Forssberg, H., & Westerberg, H. (2002). Training of working memory in children with ADHD. *Journal of Clinical and experimental neuropsychology*, 24, 781-791.
- Knops, A., Nuerk, H.-C., Fimm, B., Vohn, R. & Willmes, K. (2006). A special role for numbers in working memory? An fMRI study. *Neuroimage*, 29, 1-14.
- Kyllönen, P.C. & Christal, R.E. (1990). Reasoning ability is (little more than) working-memory capacity?! *Intelligence*, 14, 389-433.
- Kyttälä, M. (2008a). Visuospatial working memory in adolescents with poor performance in mathematics: Variation depending on reading skills. *Educational Psychology* 28, 273-289.
- Kyttälä, M. (2008b). Visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien yhteys (esi)matemaattisiin taitoihin ja merkitys osana matemaattisilta taidoiltaan heikkojen yksilöiden kognitiivista profilia. Helsinki: Yliopistopaino.
- Kyttälä, M., Aunio, P., Lehto, J.E., Van Luit, J. & Hautamäki, J. (2003). Visuospatial working memory and early numeracy. *Educational and Child Psychology*, 20, 65-76.
- Kyttälä, M., Aunio, P. & Hautamäki, J. (painossa). Working Memory, Language Skills and Non-Verbal Intelligence in Children at Risk for Mathematical Difficulties. Hyväksytty julkaistavaksi lehdessä *Scandinavian Journal of Psychology*.
- Kyttälä, M. & Lehto, J.E. (2008). Some factors underlying mathematical performance: The role of visuospatial working memory and non-verbal intelligence. Manuscript accepted for publication in *European Journal of Psychology of Education*.
- Lahti, P. & Mynttinen, S. (2000). Hiljainen lukeminen [Silent reading]. Helsinki, Finland: University of Helsinki, Department of Teacher Education, Special Education Section [unpublished seminar work, in Finnish].
- Laine, M., Koivuselkä-Sallinen, P., Hänninen, R. & Niemi, J. (1997). Bostonin nimentätesti [Boston naming test]. Helsinki, Finland: Psykologien kustannus.
- Lehto, J.E., Juujärvi, P., Kooistra, L. & Pulkkinen, L. (2003). Dimensions of executive functioning: Evidence from children. *British Journal of Developmental Psychology*, 21, 59-80.

- Logie, R.H. & Marchetti, C. (1991). Visuo-spatial working memory: Visual, spatial or central executive? Teoksessa R.H. Logie & M. Denis (toim.), *Mental images in human cognition*, 105–115. Amsterdam: North-Holland.
- Lyytinen, S. & Lehto, J.E. (1998). Hierarchy-rating as a measure of text macroprocessing: Relationship with working memory and school achievement. *Educational Psychology*, 18, 157–169.
- Maybery, M.T. & Do, N. (2003). Relationships between facets of working memory and performance on a curriculum-based mathematics test in children. *Educational and Child Psychology*, 20, 77–92.
- McKenzie, B., Bull, R. & Gray, C. (2003). The effects of phonological and visuospatial interference on children's arithmetical performance. *Educational and Child Psychology*, 20, 93–108.
- McLean, J.F. & Hitch, G.J. (1999). Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 240–260.
- Milner, B. (1971). Interhemispheric differences in the localization of psychological processes in man. *British Medical Bulletin: Cognitive Psychology*, 27, 272–277.
- Miyake, A., Friedman, N.P., Emerson, M.J., Witzki, A.H., Howerter, A. & Wager, T. D. (2000). The unity and diversity of executive functions and their contributions to complex 'Frontal Lobe' tasks: A latent variable analysis. *Cognitive Psychology*, 41, 49–100.
- Miyake, A., Friedman, N. P., Rettinger, D. A., Shah, P., & Hegarty, M. (2001). How are visuospatial working memory, executive functioning, and spatial abilities related? A latent variable analysis. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130, 621–640.
- Miyake, A. & Shah, P. (toim.) (1999a). *Models of working memory: Mechanisms of active maintenance and executive control*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Miyake, A. & Shah, P. (1999b). *Toward Unified Theories of Working Memory. Emerging General Consensus, Unresolved Theoretical Issues, and Future Research Directions*. Teoksessa A. Miyake & P. Shah (toim.), *Models of Working Memory. Mechanisms of Active Maintenance and Executive Control*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Passolunghi, M.C., Vercelloni, B. & Schadee, H. (2007). The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence. *Cognitive Development*, 22, 165–184.
- Pickering, S.J., Gathercole, S.E., Hall, M. & Lloyd, S.A. (2001). Development of memory for pattern and path: Further evidence for the fractionation of visuo-spatial memory. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 54, 397–420.
- Raven, J.C., Court, J.H. & Raven, J. (1992). *Standard Progressive Matrices*. Oxford: Oxford Psychologists Press.
- Reuhkala, M. (2001). Mathematical skills in ninth-graders: Relationship with visuo-spatial abilities and working memory. *Educational Psychology*, 21, 387–399.
- Räsänen, P. & Leino, L. (2005) KTLT, Laskutaidon testi luokka-asteille 7–9. Jyväskylä: NMI. [in Finnish]
- Saarinen, P., Ruoppila, I. & Korkiakangas, M. 1991. Kasvatuspsykologian kysymyksiä. 2. painos. Helsinki: Helsingin yliopisto, Lahden tutkimus- ja koulutuskeskus.
- Shah, P. & Miyake, A. (1996). The separability of working memory resources for spatial thinking and language processing: An individual differences approach. *Journal of Experimental Psychology: General*, 125, 4–27.
- Siegel, L.S. & Ryan, E.B. (1989). The development of working memory in normally achieving and subtypes of learning disabled children. *Child Development*, 60, 973–980.
- Spinath, B. Spinath, F.M., Harlaar, N. & Plomin,

- R. (2006). Predicting school achievement from general cognitive ability, self-perceived ability, and intrinsic value. *Intelligence*, 34, 363–374.
- Swanson, H.L. & Jerman, O. (2006). Math disabilities: A selective meta-analysis of the literature. *Review of Educational Research*, 76, 249–274.
- Tabachnick, B.G. & Fidell, L.S. (2001). *Using Multivariate Statistics* (4. painos). Boston: Allyn and Bacon.
- Trbovich, P.L. & LeFevre, J.-A. (2003). Phonological and visual working memory in mental addition. *Memory & Cognition*, 31, 738–745.
- Turley-Ames, K.J. & Whitfield, M.M. (2003). Strategy training and working memory task performance. *Journal of Memory and Language* 49, 4, 446–468.
- Van der Sluis, S., van der Leij, A. & de Jong, P.F. (2005). Working memory in Dutch children with reading- and arithmetic-related LD. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 207–221.
- Van Luit, J.H.E., Van de Rijt, B.A.M. & Aunio, P. (2006). *Lukukäsitetesti. Käsikirja*. Helsinki: Psykologien kustannus.
- Wechsler, D. (1999). *Wechsler Intelligence Scale for Children*. Kolmas suomenkielinen painos. Helsinki: Psykologien kustannus.
- Zago, L. & Tzourio-Mazoyer, N. (2002). Distinguishing visuospatial working memory and complex mental calculation areas within the parietal lobes. *Neuroscience Letters*, 331, 45–49.
- Zorzi, M., Priftis, K., Meneghello, F., Marenzi, R. & Umiltà. (2006). The spatial representation of numerical and non-numerical sequences: Evidence from neglect. *Neuropsychologia*, 44, 1061–1067.