

Tuire Koponen

Peruslaskutaito matematiikan kivijalkana

Sujuva peruslaskutaito on keskeinen arjessa tarvittava taito. Se on työkalu, joka on vahvasti määrittämässä myöhemmän matematiikan opiskelun työläyttä tai helpoutta. Jotta lapsi pystyisi suoriutumaan suuriakin lukuja ja useita laskuvaiheita sisältävistä tehtävistä ilman kohtuuttomia ponnistuksia, olisi tärkeää, että tarvittavat osavastaukset olisivat sujuvasti haetavissa muistista. Hyvä peruslaskutaito on rinnastettavissa sujuvaan lukutaitoon, joka on keskeinen työkalu myöhemmässä oppimisessa. Näin onkin erityisen tärkeää, että alkuopetusvuosien aikana lapsen laskutaidon sujuvuuteen ja lapsen käyttämiin laskemisen strategioihin kiinnitetään huomiota. Oikeaan vastaukseen pääsemistä ei tule ensimmäisellä luokalla pitää riittävänä tavoitteena, vaan huomiota tulisi suunnata enemmän itse laskemiseen eli siihen, miten lapsi laskuja ratkaisee ja miten hän yhteenlaskua ymmärtää.

Yhteen- ja vähennyslaskutaidon kehittämisen alkuvaiheessa on tyypillistä, että lapsi ratkaisee laskuja luettelemalla lukuja ääneen ja käyttäen apuna esimerkiksi sormiaan. Alkuvaiheessa luettelu lähtee pääsääntöisesti luvusta 1 eteenpäin. Harjoittelun myötä lapsi pystyy aloittamaan luettelon yhteenlaskun ensimmäisestä luvusta (esim. laskussa $3 + 5$ lapsi luettelee luvusta 3 eteenpäin 4, 5, 6, 7, 8). Tästä vieläkin sujuvampi luettelemalla laskemisen

strategia on sellainen, jossa lapsi valitsee aloitusluvuksi laskun tekijöistä suuremman (esim. laskussa $2 + 9$ lapsi luettelee luvusta 9 eteenpäin 10, 11). Lapsen käyttämän luettelustrategian lisäksi on olennaista kiinnittää huomiota siihen, miten lapsi käyttää sormia laskemisen tukena. Osalla lapsista esimerkiksi laskusuunta vaihtelee, eli välillä lapsi lähtee luettelemaan vasemmalta ja toisinaan oikealta, minkä vuoksi lapsi saattaa erityisesti kymmenen yli mentäessä päätyä väärään vastaukseen.

Heti ensimmäisellä luokalla onkin tärkeää tukea lasta käyttämään mahdollisimman tehokkaita luettelemalla laskemisen strategioita eli harjoitella ottamaan lukumääriä suoraan yksitellen luettelon sijaan. Myös vaihdannaisuuden ymmärtämistä tukemalla nopeutetaan laskemista. Tällöin lapsi ymmärtää, että kannattaa aloittaa laskeminen suuremmasta luvusta ja näin vähentää luettelemisen määrää. Samalla virheidenkin riski pienenee. Sujuva luettelemalla laskeminen edellyttää, että lapsi hallitsee luvun käsitteen, että lapsen lukujonotaidot ovat riittävän sujuvat ja että lapsi pystyy aloittamaan luettelon keskeltä lukujonoa.

Nopein tapa ratkaista lasku on hakea vastaus suoraan muistista, kuten $3 + 4 = 7$ tai $5 \times 6 = 30$. Tämä taito on verrattavissa lukemisessa nopeaan sanan tai sanan osan tunnistamiseen, joka mahdollistaa sujuvan lukemisen. Tutkimusten mukaan noin 9

vuoden iästä eteenpäin muistista hakeminen on lapsen yleisimmin käyttämä ratkaisutapa yhteen- ja vähennyslaskussa lukualueella 1–20 ja laskeminen on sujuvaa. Suoran muistista hakemisen rinnalla lapsi saattaa käyttää apunaan myös hänelle tutujen laskujen vastauksia ja päätellä niiden avulla ratkaisun ($5 + 6 = ? \rightarrow 5 + 5 = 10 \rightarrow 5 + 6 = 11$) tai muodostaa luvuista ”uuden laskun” luvun hajotelmia hyödyntäen ($8 + 5 = 8 + 2 + 3 = 10 + 3 = 13$).

Kymmeneen täydentäminen on yksi yleisimmistä kouluissa opetettavista laskustrategioista, jota harjoitellaan sen jälkeen kun lapsi on ensin harjoitellut lukujen 1–10 hajotelmia. Edellytyksenä tällaisen hajotelmastrategian käyttöön on, että lapsi pystyy sujuvasti pilkkomaan lukuja. Hänen pitää hallita kymppiparit ja ymmärtää, miten toinen laskun tekijöistä hajoaa kymppiparin kautta. Esimerkiksi jos laskuna on $8 + 5$, lapsen tulee tietää, että 8 ja 2 muodostavat luvun 10; tämän jälkeen hänen pitää pilkkoa luku 5 luvuiksi 2 ja 3 ja muuttaa lasku muotoon $8 + 2 + 3 = 13$. Osalle lapsista hajotelmien ulkooppiminen saattaa olla haastavaa, ja tämä on tärkeä huomioida opetuksen etenemisessä. Jos lapsi ei hallitse lukujen 1–10 hajotelmia riittävän hyvin, ei ole mielekästä siirtyä harjoittelemaan kymmeneen täydentämisen kautta rakentuvaa strategiaa. Vaihtoehtoina on vahvistaa hajotelmien hallintaa tai valita toinen strategia.

TEHOKKAILLA STRATEGIOILLA SUJUVAKSI LASKIJAKSI

Tutkimukset osoittavat, että vaikeus oppia ja muistaa aritmeettisiä yhdistelmiä on tyypillisin matematiikan oppimisvaikeuksien piirre (Geary, 1993; Landerl, Bevan & Butterworth, 2004). Tutkimuksen mukaan tämä vaikeus näyttäisi olevan varsin pysy-

vä eivätkä laskemisen vaikeudet häviä iän myötä itsestään vaan tukitoimia tarvitaan. Käytännössä tämä näkyy siten, että lapsi ei useankaan vuoden harjoittelun jälkeen pysty hakemaan suoraan muistista tuttuja aritmeettisiä yhdistelmiä, kuten vastauksia laskuihin $4 + 3$ tai 6×3 , vaan joutuu kerta toisensa jälkeen turvautumaan luettelomalla laskemiseen. Usein lapsilla, joilla on matematiikan oppimisen vaikeuksia, on pääasiallisessa käytössä hitaita luetteluun pohjautuvia laskemisen strategioita. Lapsi tarvitseekin aikuisen ohjausta oppiakseen nopeampia ja tehokkaampia laskemisen strategioita. Yhtenä lähestymistapana on käsitteelliseen tietoon eli lukujen ja laskutoimitusten ymmärtämiseen pohjaava laskustrategioiden opettaminen.

Kuntoutustutkimuksessa (Fuchs ym., 2010; Koponen, Aro & Ahonen 2009) saadut tulokset tukevat ajatusta siitä, että lukujen ja laskutoimitusten ymmärtämiseen ja säännönmukaisuusien oppimiseen pohjaavalla strategiaharjoittelulla on mahdollista tukea sujuvan laskutaidon kehittymistä. Näin näyttäisi olevan esimerkiksi lapsilla, joilla on taustalla kielellisiä pulmia eli joilla on sekä lukemisen että laskemisen vaikeuksia. Nämä lapset näyttäisivät hyötyvän harjoittelusta, jossa heitä ohjataan tehokkaampien laskustrategioiden käyttöön (Fuchs ym., 2010).

Yhteenlaskutaidon kuntoutusta koskevissa tutkimuksissa tehdyt havainnot tukevatkin kokonaisvaltaista lähestymistapaa pelkän toistoharjoittelun sijaan. Osa lapsista toki hyötyy pelkästä laskujen runsaasta toistamisesta ja välittömästä palautteesta, mutta kaikille tällainen puhdas toistoharjoittelu ei riitä (Butterworth & Yeo, 2004; Fuchs ym., 2010), eikä harjoittelun vaikutus aina ole pitkäkestoinen.

SELKIS -HARJOITUSOHJELMAN SISÄLTÖ JA RAKENNE

SELKIS – yhteenlaskua ymmärtämään -harjoitusohjelman (Koponen, Mononen, Kumpulainen & Puura, 2011) kehittämisen tavoitteena oli opettaa tehokkaita laskustrategioita niille lapsille, joiden on vaikea muistaa aritmeettisiä yhdistelmiä. Ohjelmassa lasta ohjataan oivaltamaan ja käyttämään tehokkaita yhteenlaskustrategioita sekä vahvistetaan niiden käyttöä pelinomaisen harjoittelun avulla. Sääntöpohjaiseen harjoitteluun kuuluu keskeisenä ymmärtämisen ja sujuvoitumisen näkökulmat. Harjoittelussa lasta ohjataan löytämään säännönmukaisuuksia lukujonossa ja laskuissa ja käyttämään niitä apuna ratkottaessa yhteenlaskuja lukualueella 1–20. Materiaalissa keskeisenä ajatuksena on, että lukualueella 1–20 opittua siirretään analogiaharjoitteiden avulla isommalle lukualueelle (20–1 000). Laskustrategioita harjoitellaan pelien kautta, jolloin saadaan runsaasti toistoa mukavalla ja lasta innostavalla tavalla.

Harjoittelussa lähdetään liikkeelle hyödyntämällä tietoutta lukujonosta eli harjoitellaan laskuja, joissa johonkin lukuun lisätään 1 tai 2. Lähestymistavassa korostetaan lukujen ja laskutoimitusten ymmärtämistä ja yksittäisten laskujen merkityksellistä suhdetta toisiinsa (esimerkiksi $5 + 6 \rightarrow 5 + 5 = 10 \rightarrow 5 + 6$ on yhden enemmän eli 11). Hyvä laskutoimitusten ymmärtäminen puolestaan tukee sääntöpohjaista laskustrategiaharjoittelua sekä aritmeettisten yhdistelmien muistamista (5 ja 5 on 10). Yhteenlaskujen keskinäistä yhteyttä käytetään apuna harjoittelussa, jossa ankkurilaskujen varassa päätellään vähän hankalampien laskujen vastauksia. Ankkurilaskuina toimivat kymppiparit (esim. $8 + 2$), tuplalaskut (esim. $8 + 8$) sekä laskut, joissa lisätään kymmenen ($10 + 6$).

Nämä laskut ovat lapselle suhteessa helpompia oppia kuin muut vastaavan suuruusluokan laskut.

Laskutaidon ymmärtämistä pystytään tukemaan harjoitteilla, joissa arjen ongelmanratkaisutilanteita esitetään ”matematiikan kielellä” eli numeroin ja laskutoimitusta kuvaavin merkein. Olennaista on kannustaa lasta kielellistämään omia ratkaisutapojaan, esimerkiksi sitä, millä eri tavoilla laskun $6 + 6$ voisi ratkaista. Tällaisessa lähestymistavassa korostuu aikuisen ohjaava rooli.

Harjoitusohjelma sisältää kaksitoista opetuskokonaisuutta, joista jokaisessa keskitytään tietyn laskustrategian opetteluun. Harjoitusohjelman opetuskokonaisuudet sisältävät pienryhmässä toteutettavia toiminnallisia tehtäviä ja pelejä sekä moniste-tehtäviä yhteenlaskutaidon harjoitteluun. Harjoittelu rakentuu ohjaajan vetämistä lyhyistä opetustuokioista, joiden jälkeen tuokioiden sisällöt siirretään toiminnallisiin pari- ja ryhmätehtäviin. Harjoittelun ohessa arvioidaan säännöllisesti opeteltuja asioita, joten harjoittelussa voidaan edetä hyvin yksilöllisestikin.

Kirjoittajatiedot:

Tuire Koponen, PsT, toimii tutkijana Niilo Mäki Instituutissa.

LÄHTEET

- Butterworth, B. & Yeo, D. (2004). *Dyscalculia Guidance*. London.
- Fuchs, L.S., Powell, S.R., Seethaler, P.M., Fuchs, D., Hamlett, C.L., Cirino, P.T. & Fletcher, J.M. (2010). A Framework for Remediating Number Combination Deficits. *Council for Exceptional Children*, 76, 135–156.
- Geary, D.C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114, 345–362.
- Koponen, T. Rehabilitation of calculation skill.

Valmisteilla oleva käsikirjoitus.

- Koponen, T., Aro, T. & Ahonen, T. (2009).
Conceptual knowledge-based strategy
training in single-digit calculation: A single
case intervention study. *European Journal of
Special Needs Education*, 24, 259–276.
- Koponen, T., Mononen, R., Kumpulainen, T. &
Puura, P. (2011). *Selkis – yhteenlaskua
ymmärtämään*. Jyväskylä: NMI ja Haukkarannan
koulu.
- Landerl, K., Bevan, A. & Butterworth, B. (2004).
Developmental dyscalculia and basic
numerical capacities: A study of 8- to 9-year-
old students. *Cognition*, 93, 99–125.